

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПРИВОДА ВАКУУМНОГО ВЫКЛЮЧАТЕЛЯ

Васильева О.В., Исаев Ю.Н., Кулешова Е.О.

Научный руководитель: Исаев Ю.Н., д.ф.-м.н., профессор

Томский политехнический университет, 634050, Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30

E-mail: vasilleva.o.v@mail.ru

На рис. 1 представлена упрощенная модель электромагнитного привода вакуумного выключателя. Для описания процессов происходящих в электромагнитном приводе представим его как электромеханическое устройство. В данной работе рассматривается задача расчета индуктивности системы сложной конфигурации.

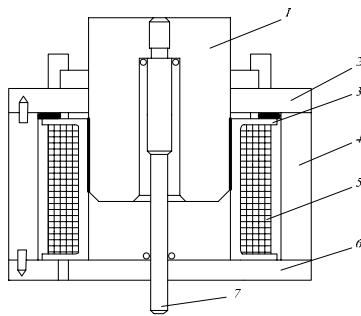


Рис. 1. Модель электромагнитного привода вакуумного выключателя: 1 – якорь (сталь); 2 – плита верхняя (сталь); 3 – каркас катушки (дерево); 4 – плита боковая; 5 – токовая обмотка из меди; 6 – плита нижняя; 7 – вал (дерево).

Для математического описания рассматриваемого устройства, необходимо иметь величины параметров L_0 , R , $L(t)$, C электромеханической модели. Приведем их описание.

Из многообразия существующих методов расчета магнитных полей [1, 2], был выбран метод интегральных уравнений. Так как система является открытой, незамкнутой, сложной конфигурации, выбор метода обоснован.

Апробация метода была произведена на примере цилиндрической катушки с многослойной обмоткой прямоугольного сечения [3]. На рис. 2 изображено продольное сечение катушки и указаны ее геометрические размеры.

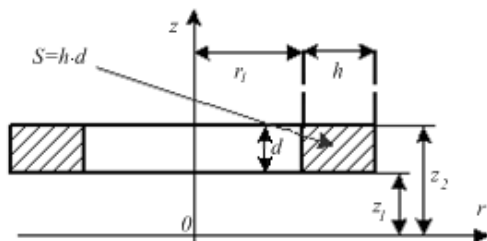


Рис. 2. Продольное сечение катушки: S – сечение обмотки; r_1 – внутренний радиус; h – высота обмотки; d – ширина обмотки; z_1, z_2 – пределы интегрирования

Для нахождения индуктивности катушки L воспользуемся известным энергетическим определением (1):

$$L = 2W_m / I^2, \quad (1)$$

где I – ток в катушке; W_m – энергия ее магнитного поля.

В свою очередь, энергию магнитного поля можно определить (2):

$$W_m = \frac{1}{2} \int_V \mathbf{A} j dV, \quad (2)$$

где $\mathbf{A}$ – векторный потенциал поля; j – вектор плотности тока; V – объем, занятый токами.

Из (1) и (2) следует основное расчетное уравнение (3):

$$L = \frac{1}{I^2} \int_V \mathbf{A} j dV. \quad (3)$$

В качестве модели была взята цилиндрическая катушка с постоянной площадью $S = 100 \text{ мм}^2$ и внутренним радиусом $r_1 = 10 \text{ мм}$. Варьировалась высота обмотки $h = r_2 - r_1$.

Методом интегральных уравнений была получена расчетная формула (4) для расчета индуктивности катушки на основе расчета электромагнитного поля:

$$L = \frac{10^9}{S^2} \cdot \int_{r_1}^{r_1+h} \rho' \cdot \left(\int_{z_1}^{z_1+d} \mathbf{A}(\rho', z') dz' \right) d\rho', \quad (4)$$

где S – площадь сечения; r_1 – внутренний радиус; h – высота обмотки; d – ширина обмотки; z_1 – нижний предел интегрирования по оси z ; $\mathbf{A}(\rho', z')$ – функция распределения векторного потенциала, пространственный вид которого представлен на рис. 3; ρ' – радиус элементарной кольцевой трубки тока; z' – переменная интегрирования вдоль оси z ; $d\rho' dz'$ – сечение элементарной кольцевой трубки тока.

Таким образом, данный метод расчета был применен непосредственно к расчету индуктивности катушки модели электромагнитного привода вакуумного выключателя (см. рис. 1).

На рис. 3 представлено распределение векторного потенциала в зависимости от положения якоря.

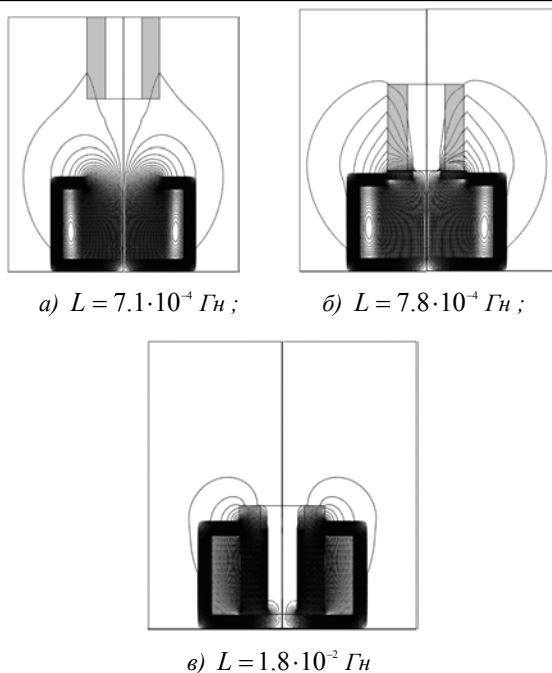


Рис. 3. Распределение векторного потенциала поля при различном положении якоря и соответствующее значение индуктивности катушки

Динамику изменения расположения якоря по отношению к катушке можно проследить на рис. 4:

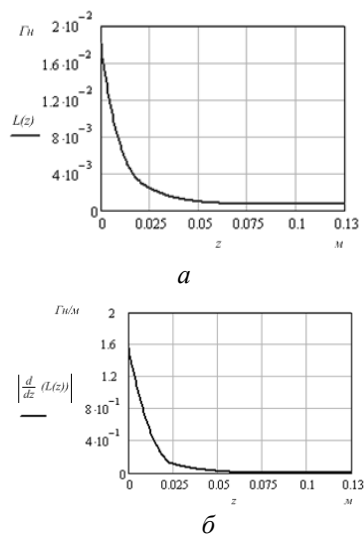


Рис. 4 а – зависимость индуктивности $L(z)$ от положения якоря; б – зависимость производной индуктивности $\left| \frac{dL(z)}{dz} \right|$

Получим систему нелинейных уравнений, которую будем решать численно, поэтому для повышения точности расчета сведем ее к системе уравнений первого порядка [4]:

$$\begin{cases} \frac{dz}{dt} = v \\ \frac{dv}{dt} = \frac{1}{m} \frac{i^2}{2} \frac{\partial}{\partial z} L(z) \\ \frac{d}{dt} i = \frac{-i \frac{\partial L(z)}{\partial z} + U_c - iR + U_0}{L(z)} \\ \frac{d}{dt} U_c = -\frac{i}{C} \end{cases} \quad \text{в векторной форме}$$

$$\rightarrow \frac{d\mathbf{X}}{dt} = D(t, \mathbf{X}) \quad (5)$$

Здесь $\mathbf{X} = [x_1 = z(t), x_2 = v(t), x_3 = i(t), x_4 = u_c(t)]^T$ – вектор состояния содержит следующие компоненты $z(t)$ – координату, $v(t)$ – скорость, $i(t)$ – ток и $u_c(t)$ – напряжение на конденсаторе, $D(t, \mathbf{X})$ – расширенная матрица.

Расчет дифференциальных уравнений был произведен методом Рунге-Кутты с фиксированным шагом. Число точек дискретизации временного интервала выбиралось равным $N = 3 \cdot 10^2$. Начальные данные выбирались нулевыми.

Таким образом, представлен промежуточный этап работы для разработки математической модели электромагнитного привода вакуумного выключателя.

Список литературы

1. Бинс К. и Лауренсон П. Анализ и расчет электрических и магнитных полей / пер. с англ. – М.: «Энергия», 1970. – 376 с., ил.
2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле: учебник для электротехн., энерг., приборостроит. спец. вузов. – 8-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1986. – 263 с.: ил.
3. Александров М.Г. и др. Расчет электрических цепей и электромагнитных полей на ЭВМ. – М.: Радио и связь, 1983. – 344 с., ил.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. 1: Механика. – Наука, 1992. – 664 с.