УДК 62-192:519:234:622.06
DOI: 10.18799/24131830/2024/10/4721
Шифр специальности ВАК: 05.13.07

Вероятностная модель надежности погружных электродвигателей скважинных насосных агрегатов при добыче урана методом скважинного подземного выщелачивания

А.А. Ефремов[1]✉, К.К. Кадыров[2], М.Д. Носков[3], А.А. Филипас[1], А.А. Щипков[3]

[1] Национальный исследовательский Томский политехнический университет, Россия, г. Томск
[2] Акционерное общество «ДАЛУР», Россия, с. Уксянское
[3] Северский технологический институт – филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Россия, г. Северск

✉alexyefremov@tpu.ru

Аннотация. ***Актуальность.*** Погружной электродвигатель является наиболее уязвимым узлом электроцентробежного насосного агрегата, используемого при добыче урана методом скважинного подземного выщелачивания. Точность расчета потребности в новых электродвигателях напрямую влияет на рентабельность производства. ***Цель.*** Разработка вероятностной модели надежности погружного электродвигателя, обеспечивающей расчет вероятности его отказа на предстоящий период времени, и позволяющей с достаточной точностью оценить количество двигателей, необходимых для замены отказавших. ***Методы.*** Статистические методы, анализ выживаемости, проверка статистических гипотез. ***Результаты и выводы.*** Проведено исследование трех вероятностных моделей надежности для электродвигателей погружных насосов, используемых при добыче урана методом скважинного подземного выщелачивания. Для каждой модели определены оценки максимального правдоподобия ее параметров и проведена проверка ее адекватности на основе непараметрических критериев согласия. Несмотря на то, что результаты проверки не позволили исключить ни одну из рассматриваемых моделей, в качестве вероятностной модели надежности была выбрана модель, основанная на смеси двух распределений Вейбулла, которая продемонстрировала более высокую согласованность с реальными данными по сравнению с другими моделями. При этом анализ компонентов смеси распределений показал наличие группы электродвигателей, имеющих нехарактерно низкое значение наработки до отказа по сравнению со средним значением, рассчитанным для всей совокупности исследуемого оборудования, и позволил оценить долю таких двигателей, составившую 8 % от общего количества. Возможными причинами, объясняющими подобную неоднородность данных, по мнению авторов, являются скрытые производственные дефекты или более тяжелые условия эксплуатации, в которых функционирует некоторая часть погружных электродвигателей.

Ключевые слова: вероятностная модель надежности, погружной электродвигатель, добыча урана, скважинное подземное выщелачивание, смесь распределений Вейбулла, выбор модели

Для цитирования: Вероятностная модель надежности погружных электродвигателей скважинных насосных агрегатов при добыче урана методом скважинного подземного выщелачивания / А.А. Ефремов, К.К. Кадыров, М.Д. Носков, А.А. Филипас, А.А. Щипков // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2024. – Т. 335. – № 10. – С. 253–264. DOI: 10.18799/24131830/2024/10/4721

UDC 62-192:519:234:622.06
DOI: 10.18799/24131830/2024/10/4721

Probabilistic reliability model of electrical motors in submersible well pumping units used in the uranium mining by in-situ leaching

A.A. Efremov[1]✉, K.K. Kadyrov[2], M.D. Noskov[3], A.A. Filipas[1], A.A. Shchipkov[3]

[1] National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russian Federation
[2] DALUR, JSC, Uksyanskoe, Russian Federation
[3] Seversk Technological Institute – branch of National Research Nuclear University "MEPhI", Seversk, Russian Federation

✉alexyefremov@tpu.ru

Abstract. ***Relevance.*** A submersible electric motor is the most vulnerable component of an electric centrifugal pumping unit used in in-situ leaching uranium mining. The accuracy of calculating the need for new electric motors directly affects the profitability of the uranium production. ***Aim.*** Development of a probabilistic reliability model for a submersible electric motor that provides the calculation of its failure probability for the upcoming period of time and allows estimating with sufficient accuracy the number of motors required to replace the failed ones. ***Methods.*** Statistical methods, survival analysis, statistical hypothesis testing. ***Results and conclusions.*** The authors conducted a study of three probabilistic reliability models for electric motors of submersible well pumping units used in in-situ leaching uranium mining. As a result of the study, the maximum likelihood estimates of model parameters were determined for each model; the adequacy of the models under study was checked based on nonparametric goodness-of-fit tests. Despite the fact that the test results did not allow excluding any of the considered models, a model based on a mixture of two Weibull distributions was selected as a probabilistic reliability model demonstrating higher consistency with real data, compared to the other models. At the same time, the analysis of the components of the mixture distribution indicated the presence of a group of electric motors with an uncharacteristically low time-to-failure value compared to the average value calculated for the entire set of equipment under study, and made it possible to estimate the share of such motors, which amounted to 8% of the total population. Possible reasons explaining such heterogeneity of data, according to the authors, are hidden manufacturing defects or more severe operating conditions in which some submersible electric motors operate.

Keywords: probabilistic reliability model, submersible electrical motor, uranium mining, in-situ leaching, mixture of Weibull distributions, model selection

For citation: Efremov A.A., Kadyrov K.K., Noskov M.D., Filipas A.A., Shchipkov A.A. Probabilistic reliability model of electrical motors in submersible well pumping units used in the uranium mining by in-situ leaching. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering*, 2024, vol. 335, no. 10, pp. 253–264. DOI: 10.18799/24131830/2024/10/4721

Введение

Добыча урана методом скважинного подземного выщелачивания (СПВ) является экономически более эффективной по сравнению с подземным и открытым горными способами [1–3]. Благодаря этому преимуществу методом СПВ в настоящее время добывается более 50 % урана в мире. При этом методе добыча урана осуществляется с помощью системы технологических скважин. Через нагнетательные скважины в зону ураноносных пород подается выщелачивающий раствор, который взаимодействует с ураносодержащими минералами, после чего продуктивный раствор с растворенным ураном поднимается на поверхность через откачные скважины. Таким образом, одним из основных элементов технологической цепочки добычного комплекса предприятий, применяющих метод СПВ, являются откачные скважины. Их количество на добычных полигонах может достигать нескольких сотен.

Наиболее экономичным способом подъема продуктивных растворов является установка в откачных скважинах электроцентробежных насосных агрегатов (ЭЦНА). ЭЦНА состоят из погружных электродвигателей (ПЭД) и центробежных насосов (ЦН). Они работают практически круглосуточно в сложных условиях взаимодействия с агрессивными жидкостями, что влияет на срок службы ЭЦНА. Оперативная замена вышедших из строя ПЭД или ЦН является необходимым условием эффективности добычи урана. Это обеспечивается достаточным количеством насосного оборудования на складах предприятия. Для прогнозирования количества ЭЦНА, которые выйдут из строя в течение плани-

руемого периода, как правило, используются методики, основанные на среднем времени наработки на отказ ПЭД и ЦН. Подобный подход имеет невысокую точность, поэтому предприятия вынуждены планировать закупки с существенным запасом. Это негативно влияет на экономические показатели производства. В связи с этим необходимо добиваться повышения точности предсказания сроков выхода из строя работающего насосного оборудования.

В последнее время предприятиями, добывающими уран методом СПВ, активно проводится цифровая трансформация производства, в рамках которой внедряются информационные системы добычных комплексов (ИСДК) [4–6]. ИСДК делают доступными для анализа данные, определяющие широкий спектр показателей, характеризующих технологический процесс добычи урана методом СПВ. Наличие фактических данных позволяет проанализировать время наработки до отказа оборудования, определить законы распределения отказов и создать на этой основе математическую модель надежности [7–10]. В нашем случае появляется возможность создать вероятностную модель надежности ПЭД как наиболее уязвимого узла ЭЦНА, с помощью которой можно будет предсказать вероятность его выхода из строя на предстоящий период. На основе рассчитанных вероятностей выхода из строя ПЭД, как для отдельного участка, так и в рамках всего предприятия, можно более точно произвести расчет потребности в новых электродвигателях, необходимых для замены отказавших. Это позволяет сократить запасы ПЭД на складах предприятия, что делает производство более рентабельным.

На основе вышесказанного разработка вероятностной модели надежности ПЭД является актуальной задачей. Модель должна обеспечить расчет вероятности выхода из строя каждого ПЭД на предстоящий период времени с учетом его текущей наработки и позволить произвести расчет количества ПЭД, которые выйдут из строя за выбранный период. Для этого необходимо обосновать вид модели, определить её параметры и проверить её адекватность. Именно этим вопросам посвящена настоящая статья.

Подход к выбору вероятностной модели надежности

Теория надежности рассматривает отказы оборудования как случайные события, численным выражением которых является случайная величина X – «наработка до отказа», распределенная в соответствии с неким законом распределения вероятностей F_X, в общем случае неизвестным. Известно, что работоспособность технических систем зависит от большого числа факторов, поэтому истинное распределение случайной величины X может представлять собой сложную комбинацию различных более простых распределений и, как следствие, может иметь большой набор параметров, что приводит к увеличению сложности анализа надежности таких систем, даже если функциональная форма закона распределения определена.

Очевидным выходом из этой ситуации является использование вероятностных моделей надежности (ВМН) [11], обычно представляющих собой хорошо известные законы распределения случайных величин или их простые комбинации с небольшим количеством параметров, достаточно точно описывающие поведение случайной величины X и согласующиеся с результатами наблюдений.

Процедуры выбора и верификации адекватной ВМН используют методы математической статистики, результаты применения которых зависят от качества используемых данных, а именно от их объема, точности и полноты. Основными проблемами при решении задачи определения ВМН являются:

- малый объем выборок данных об отказах оборудования;
- низкая точность этих данных, во многом обусловленная человеческим фактором;
- высокая степень цензурирования данных.

Использование крупными предприятиями больших партий однотипного оборудования в течение длительных промежутков времени, а также широкое внедрение информационных систем, способных в числе прочего с высокой точностью фиксировать значения наработок до отказа конкретных экземпляров оборудования, позволяет во многом устранить указанные выше проблемы.

Данные о наработках до отказа и текущих наработках экземпляров оборудования могут быть представлены в виде множества упорядоченных пар (выборки) $\mathbf{V}=\{(t_i,\sigma_i)\}$, $i=1,2,\ldots,N$, где t_i – значения наблюдаемых наработок; $\sigma_i=1$, если t_i представляет собой время до отказа, и $\sigma_i=0$, если t_i есть наработка i-го объекта, не отказавшего к текущему моменту времени; N – количество объектов.

Текущие наработки не отказавших объектов рассматриваются как моменты правого цензурирования [12]. Поскольку экземпляры оборудования могут вводиться в эксплуатацию в разное время, значения t_i наработок объектов, сохранивших работоспособность к текущему моменту, будут разными. Следовательно, анализируемые данные в общем случае являются многократно цензурированными справа.

Поскольку случайная величина X – «наработка до отказа» может принимать лишь неотрицательные значения, представляется целесообразным вы-

бирать в качестве возможных ВМН (моделей-кандидатов) абсолютно непрерывные распределения, функции распределения которых отличны от нуля только для положительных значений аргумента.

Будем полагать, что выбор ВМН производится из некоторого множества $\mathbf{M}=\{M_1,M_2,\ldots,M_m\}$, состоящего из m моделей-кандидатов. Каждой модели-кандидату M_j, $j=1,2,\ldots,m$, соответствует функция распределения $F_j(x,\Theta_j)$ и функция плотности распределения $f_j(x,\Theta_j)$, где $\Theta_j=(\theta_1^j,\theta_2^j,\ldots,\theta^j_{pj})^T$ – вектор оцениваемых параметров j-й модели-кандидата, p_j – число параметров j-й модели-кандидата.

Для получения значений точечных оценок параметров модели могут использоваться различные методы, однако наибольшей популярностью пользуется метод максимального правдоподобия (ММП). В частности, для решаемой в данной работе задачи ММП позволяет без особых затруднений учитывать наличие цензурирования в анализируемой выборке [13]. Так, для модели-кандидата M_j с функцией распределения $F_j(x,\Theta_j)$ и функцией плотности распределения $f_j(x,\Theta_j)$ логарифмическая функция правдоподобия, рассчитанная по выборке $\mathbf{V}=\{(t_i,\sigma_i)\}$, $i=1,2,\ldots,N$ и модифицированная для случая правого цензурирования, будет иметь вид:

$$\Lambda_j\left(\mathbf{V}|\mathbf{\Theta}_j\right)=\sum_{i=1}^{N}\begin{bmatrix}\sigma_i\ln\left(f_j\left(t_i,\mathbf{\Theta}_j\right)\right)+\\+\left(1-\sigma_i\right)\ln\left(1-F_j\left(t_i,\mathbf{\Theta}_j\right)\right)\end{bmatrix}. \quad (1)$$

Вектор значений оценок параметров модели M_j тогда будет равен

$$\mathbf{\Theta}_j=\arg\max\Lambda_j\left(\mathbf{V}|\mathbf{\Theta}_j\right).$$

Для выбора наиболее адекватной ВМН из списка моделей-кандидатов может применяться подход, основанный на использовании информационных критериев, таких как информационный критерий Акаике (AIC) [14], байесовский информационный критерий (BIC) [15] и критерий Ханнана–Куинна (HQ) [16], позволяющих оценить относительное качество рассматриваемых моделей. Информационные критерии предоставляют возможность соблюсти баланс между точностью и сложностью модели, используя корректировку максимальных значений правдоподобия, зависящую от числа параметров и, в некоторых случаях, от объема выборки.

Значения перечисленных выше критериев для модели M_j определяются как

$$AIC_j=2p_j-2\Lambda_j\left(\mathbf{V}|\mathbf{\Theta}_j\right); \quad (2)$$

$$BIC_j=p_j\ln\left(N\right)-2\Lambda_j\left(\mathbf{V}|\mathbf{\Theta}_j\right); \quad (3)$$

$$HQ_j=2p_j\ln\left(\ln\left(N\right)\right)-2\Lambda_j\left(\mathbf{V}|\mathbf{\Theta}_j\right), \quad (4)$$

где p_j – число параметров j-й модели; N – объем выборки; $\Lambda_j(\mathbf{V}|\mathbf{\Theta}_j)$ – максимальное значение логарифмической функции правдоподобия j-й модели в соответствии с (1).

Модель-кандидат с наименьшим значением критерия считается наиболее пригодной. Однако, поскольку информационные критерии позволяют оценить лишь относительное качество моделей, необходима дополнительная проверка адекватности выбранной ВМН на основе критериев согласия. В данной работе такая проверка будет проводиться с использованием широко применяющихся в подобных задачах критериев согласия: Пирсона (хи-квадрат), Колмогорова, ω^2 Крамера–Мизеса–Смирнова и Ω^2 Андерсона–Дарлинга [17].

Проверяемая гипотеза $H_0: F(x)=F_0(x,\mathbf{\Theta})$, где $F_0(x,\mathbf{\Theta})$ есть функция распределения вероятностей, с которой проверяется согласие выборки, а $\mathbf{\Theta}$ – вектор известных параметров распределения, является простой, если выборки, используемые для оценки параметров и для проверки согласия, различны.

Для вычисления значения критерия согласия Пирсона по выборке $\mathbf{V}$ область определения случайной величины X делят на k непересекающихся интервалов $(0;x_1],(x_1;x_2],\ldots,(x_{k-1};x_k]$ и определяют количество элементов выборки, попавших в каждый интервал [18].

Статистика χ_N^2 Пирсона определяется как

$$\chi_N^2=N\sum_{i=1}^{k}\frac{\left(n_i/N-p_i\left(\mathbf{\Theta}\right)\right)^2}{p_i\left(\mathbf{\Theta}\right)}, \quad (5)$$

где N – объем выборки; n_i – количество элементов выборки, попавших в i-й интервал; $p_i(\mathbf{\Theta})=\int_{x_{i-1}}^{x_i}f_0(x,\mathbf{\Theta})dx$, $f_0(x,\mathbf{\Theta})$ – функция плотности распределения вероятностей.

Нулевая гипотеза отклоняется при заданном уровне значимости α, если полученное значение статистики больше, чем критическое значение $\chi^2_{N-1,\alpha}$, являющееся квантилем уровня $1-\alpha$ распределения хи-квадрат с $k-1$ степенями свободы. В противном случае у нас нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу.

Вычисление значений статистики χ_N^2 по формуле (5) предполагает, что выборка $\mathbf{V}$ является полной, то есть анализируемые данные не цензурированы. Для случая цензурированных данных в работе [19] предлагается получить «псевдополную» вы-

борку, то есть заменить элементы $(t_i,0)\in\mathbf{V}$ на элементы вида $(\xi_i,1)$, где ξ_i – случайное число, распределенное равномерно на интервале $(F_0^{-1}(t_i,\mathbf{\Theta});1)$; $F_0^{-1}(x,\mathbf{\Theta})$ – функция, обратная к $F_0(x,\mathbf{\Theta})$. Там же утверждается, что погрешность, связанная с подобной модификацией выборки, незначительна уже для выборки объема N>20.

Использование критерия Колмогорова для проверки гипотез подразумевает расчет значения статистики [20]

$$S_K=\frac{6ND_N+1}{6\sqrt{N}}, \qquad (6)$$

где

$$D_N=\max\left(D_N^+,D_N^-\right),\ D_N^+=\max_{1\le i\le N}\left\{\frac{i}{N}-F_0\left(x_i,\mathbf{\Theta}\right)\right\},$$

$$D_N^-=\max_{1\le i\le N}\left\{F_0\left(x_i,\mathbf{\Theta}\right)-\frac{i-1}{N}\right\},\ F_0\left(x,\mathbf{\Theta}\right)$$

– теоретическая функция распределения.

Статистику критерия ω^2 Крамера–Мизеса–Смирнова [20] можно найти по формуле

$$S_\omega=\frac{1}{12N}+\sum_{i=1}^{N}\left\{F_0\left(x_i,\mathbf{\Theta}\right)-\frac{2i-1}{2N}\right\}^2, \qquad (7)$$

а критерия Ω^2 Андерсона–Дарлинга [20] как

$$S_\Omega=-N-2\sum_{i=1}^{N}\left\{\begin{array}{l}\frac{2i-1}{2N}\ln F_0\left(x_i,\mathbf{\Theta}\right)+\\+\left(1-\frac{2i-1}{2N}\right)\ln\left(1-F_0\left(x_i,\mathbf{\Theta}\right)\right)\end{array}\right\}. \qquad (8)$$

Рассчитанные по формулам (6)–(8) значения статистик сравниваются с критическими значениями соответствующих критериев для заданного уровня значимости α [21]. При этом нулевая гипотеза $H_0:F\left(x\right)=F_0\left(x,\mathbf{\Theta}\right)$ отвергается, если полученное значение статистики больше критического.

Модели-кандидаты

Помимо адекватности и высокой предсказательной способности дополнительными требованиями, выдвигаемыми к ВМН, являются простота модели и удобство работы с ней. Этим требованиям удовлетворяет, например, двухпараметрическое распределение Вейбулла [22], функцию распределения и функцию плотности распределения которого можно записать в следующем виде:

$$F_W\left(x,\eta,\beta\right)=1-\exp\left(-\left(\frac{x}{\eta}\right)^\beta\right); \qquad (9)$$

$$f_W\left(x,\eta,\beta\right)=\frac{\beta}{\eta}\left(\frac{x}{\eta}\right)^{\beta-1}\exp\left(-\left(\frac{x}{\eta}\right)^\beta\right), \qquad (10)$$

где $x\ge0$; $\eta>0$ – параметр масштаба; $\beta>0$ – параметр формы.

Распределение Вейбулла нашло широкое применение в задачах надежности и при анализе выживаемости, во многом благодаря малому количеству параметров и возможности получать различные формы кривых интенсивности отказов в зависимости от значения параметра β. Также несомненным достоинством этого распределения является наличие прозрачной интерпретации для параметра η: выражаемый в тех же единицах измерения, что и сама случайная величина (наработка до отказа), параметр η определяет наработку, в течение которой откажут приблизительно 63 % объектов из исследуемой популяции.

При этом использование распределения Вейбулла в качестве закона распределения наработки на отказ не лишено недостатков: единственный параметр формы не позволяет получить большое разнообразие форм кривых интенсивностей отказов; являясь унимодальным, распределение Вейбулла не может служить адекватной ВМН в случаях, когда, например, отказы оборудования возникают по разным причинам.

Тем не менее мы не можем исключить модель надежности, основанную на распределении Вейбулла (МНВ), из списка рассматриваемых моделей-кандидатов.

При анализе выживаемости и в задачах эконометрики часто используются так называемые модели конкурирующих рисков (МКР) (*competing risk model – CRM*) [23], предназначенные для описания наработок оборудования в случаях, когда отказы могут являться результатами воздействия разных факторов.

Пусть существует $k\ge2$ различных причин возникновения отказов, и времена отказов, возникших по i-й причине (i=1,2,…,k), являются случайными величинами, распределенными в соответствии с законом, имеющим функцию распределения $F_i(x)$. Тогда функция распределения наработки до отказа оборудования задается как

$$F_{CRM}\left(x\right)=1-\prod_{i=1}^{k}\left(1-F_i\left(x\right)\right),\ x\ge0. \qquad (11)$$

В данной работе в качестве одной из моделей-кандидатов будет использоваться модель конкурирующих рисков с k=2 при допущении о том, что $F_i(x)=F_W(x,\eta_i,\beta_i)$, то есть что существуют две основных причины выхода ПЭД из строя и что времена отказов ПЭД по i-й причине являются слу-

чайными величинами, имеющими распределение Вейбулла, задаваемое выражениями (9), (10), с параметрами η_i и β_i. С учетом этого выражение (11) примет вид

$$F_{CRM}\left(x,\mathbf{H},\mathbf{B}\right)=1-\prod_{i=1}^{2}\exp\left[-\left(\frac{x}{\eta_i}\right)^{\beta_i}\right], \qquad (12)$$

а функция плотности распределения будет определяться как

$$f_{CRM}\left(x,\mathbf{H},\mathbf{B}\right)= =\sum_{i=1}^{2}\left[\frac{\beta_i}{\eta_i}\left(\frac{x}{\eta_i}\right)^{\beta_i-1}\right]\prod_{i=1}^{2}\exp\left[-\left(\frac{x}{\eta_i}\right)^{\beta_i}\right], \qquad (13)$$

где $\mathbf{H}=\begin{pmatrix}\eta_1\\ \eta_2\end{pmatrix}$ – вектор параметров масштаба, а $\mathbf{B}=\begin{pmatrix}\beta_1\\ \beta_2\end{pmatrix}$ – вектор параметров формы распределений Вейбулла.

Используемая в данной работе МКР имеет четыре параметра, что, с одной стороны, позволяет надеяться на большую гибкость модели по сравнению с МНВ, но, с другой, данную модель, строго говоря, нельзя назвать простой. Однако современное математическое программное обеспечение позволяет без особых проблем использовать ее для практических расчетов.

Еще одним видом сложных распределений, нашедшим свое применение в задачах анализа эксплуатационной надежности, является конечная смесь распределений. Смеси распределений демонстрируют высокую адекватность при описании неоднородных данных [22, 24] и позволяют, например, учитывать наличие в общей популяции объектов нескольких субпопуляций, различающихся по каким-то признакам. Будем считать, что значения некоторой случайной величины X распределены в соответствии с k-компонентной смесью распределений, если функция распределения этой величины определяется выражением

$$F_X\left(x\right)=\sum_{i=1}^{k}w_iF_i\left(x\right), \qquad (14)$$

где $F_i(x)$ – функция распределения i-й субпопуляции объектов; $0<w_i<1$ – весовые коэффициенты, такие, что $\sum_{i=1}^{k}w_i=1$. В общем весовой коэффициент w_i выражает долю объектов i-й субпопуляции в генеральной совокупности. Для уменьшения сложности вероятностной модели можно сократить количество весовых коэффициентов, выразив, например, весовой коэффициент последнего компонента смеси в виде $w_k=1-\sum_{i=1}^{k-1}w_i$.

Подставляя в выражение (14) различные функции распределения, можно получить разнообразные законы распределения случайных величин. В данной работе в качестве одной из моделей-кандидатов будет использоваться двухкомпонентная смесь распределений Вейбулла (2СРВ), имеющая функцию распределения вида

$$F_{2CPB}\left(x,\mathbf{H},\mathbf{B},w\right)=1-w\exp\left[-\left(\frac{x}{\eta_1}\right)^{\beta_1}\right]- -\left(1-w\right)\exp\left[-\left(\frac{x}{\eta_2}\right)^{\beta_2}\right] \qquad (15)$$

и функцию плотности распределения

$$f_{2CPB}\left(x,\mathbf{H},\mathbf{B},w\right)= =w\left[\frac{\beta_1}{\eta_1}\left(\frac{x}{\eta_1}\right)^{\beta_1-1}\exp\left[-\left(\frac{x}{\eta_1}\right)^{\beta_1}\right]\right]+ +\left(1-w\right)\left[\frac{\beta_2}{\eta_2}\left(\frac{x}{\eta_2}\right)^{\beta_2-1}\exp\left[-\left(\frac{x}{\eta_2}\right)^{\beta_2}\right]\right], \qquad (16)$$

где $\mathbf{H}=\begin{pmatrix}\eta_1\\ \eta_2\end{pmatrix}$ – вектор параметров масштаба; $\mathbf{B}=\begin{pmatrix}\beta_1\\ \beta_2\end{pmatrix}$ – вектор параметров формы распределений Вейбулла, а w – весовой коэффициент.

Используемая в данной работе модель 2СРВ имеет пять параметров и, таким образом, является самой сложной моделью из рассматриваемых.

Описание используемых данных

В работе используется выборка V данных о наработках ПЭД, мощностью 5,5 кВт, введенных в эксплуатацию с 2010 по 2015 гг., объемом N=688, содержащая N_F=588 значений наработок до отказа (в сутках) и N_R=100 значений наработок двигателей, не отказавших к началу 2024 г. Все ПЭД изготовлены одним производителем, имеют одинаковую мощность и одинаковое исполнение, что позволяет считать их статистически идентичными объектами. Выбор ПЭД с мощностью 5,5 кВт для анализа в данной статье обусловлен тем, что для них имеется наиболее представительная выборка, поскольку предприятием в основном используются именно такие двигатели.

Поскольку анализируемые данные не содержат информацию о наработках до отказа для всех ПЭД, выборка V не является полной. Будем рассматривать значения наработок не отказавших двигателей как значения моментов правого цензурирования. Таким образом, выборка V является многократно цензурированной справа со степенью цензурирования a=0,145.

В данной работе для выбора ВМН решаются задачи определения оценок параметров распределений вероятностей, используемых в качестве моделей-кандидатов, и проверки гипотезы об адекватности выбранной ВМН с использованием непараметрических критериев согласия. Как утверждается в работе [25], использование одной и той же выборки для оценки параметров и для проверки приведет к тому, что проверяемая гипотеза будет сложной, а критерии согласия в этом случае лишатся свойства свободы от распределения. В связи с этим было принято решение о разделении выборки V на две части, $V^{(1)}$ и $V^{(2)}$, с объемами N_1=347 и N_2=341, соответственно. Разделение проводилось случайным образом так, чтобы примерно половина значений наработок ПЭД, введенных в эксплуатацию в каждом году из рассматриваемого промежутка, попало в выборку $V^{(1)}$, которая будет использоваться для оценки параметров распределений. Оставшаяся часть значений составит выборку $V^{(2)}$ и будет использоваться для верификации результатов. Также при разделении данных значения наработок до отказа и моментов цензурирования для двигателей, введенных в эксплуатацию в каждом году, делились в той же пропорции, для сохранения степени цензурирования каждой выборки приблизительно на одном уровне. В итоге выборка $V^{(1)}$ содержит N_{F1}=296 значений наработок до отказа и N_{R1}=51 значений времен цензурирования (степень цензурирования a_1=0,147); выборка $V^{(2)}$ содержит N_{F2}=292 значения наработок до отказа и N_{R2}=49 значений времен цензурирования (степень цензурирования a_2=0,144).

Результаты исследования

Оценки максимального правдоподобия параметров рассматриваемых моделей-кандидатов, рассчитанные по выборке $\mathbf{V}^{(1)}$, приведены в табл. 1.

Таблица 1. *Оценки максимального правдоподобия параметров исследуемых вероятностных моделей надежности*

Table 1. *Maximum likelihood estimates of the parameters of the probabilistic reliability models under consideration*

ВМН	η_1	β_1	η_2	β_2	w
W	1605	1,16	–	–	–
МКР	1609	1,15	9954	4,61	–
2СРВ	205	4,46	1753	1,29	0,08

Подставив полученные оценки в формулы (9), (12) и (15), получим выражения функций вероятности отказа для моделей надежности Вейбулла, МКР и 2СРВ, соответственно. Значения информационных критериев, рассчитанные по формулам (2)–(4) для каждой из моделей-кандидатов, приведены в табл. 2.

Таблица 2. *Значения информационных критериев*

Table 2. *Values of the information criteria*

ВМН	$-2\Lambda_{\max}$	AIC	HQ	BIC
W	4942,6	4946,6	4949,7	4954,3
МКР	4942,7	4950,7	4956,8	4966,1
2СРВ	4929,1	4939,1	4946,7	4958,3

Видно, что модель, основанная на двухкомпонентной смеси распределений Вейбулла, имеет наименьшие значения критериев AIC и HQ, и лишь немного уступает модели Вейбулла в соответствии с байесовским информационным критерием. При этом значения трех информационных критериев для всех рассматриваемых моделей-кандидатов различаются незначительно. Однако наивысшим значением правдоподобия, т. е. наименьшим значением $-2\Lambda_{\max}$ без учета поправок, определяющих сложность ВМН, обладает модель 2СРВ.

При наличии настолько близких значений информационных критериев проведем процедуру верификации на основе критериев согласия для всех трех моделей-кандидатов.

Для верификации используется цензурированная выборка $\mathbf{V}^{(2)}$ объемом N_2=341 со степенью цензурирования a_2=0,144. В соответствии с процедурой, описанной в [19], для каждой модели M_j с функцией распределения $F_j\left(x,\mathbf{\Theta}_j\right)$ получим «псевдополные» выборки и разобьем область определения случайной величины X – «наработка до отказа» – на k=6 равновероятных непересекающихся интервалов. Задав значение уровня значимости α=0,05, определим значения статистики χ_N^2 Пирсона по формуле (5). Также рассчитаем по формулам (6)–(8) значения статистик критериев Колмогорова (S_K), Крамера–Мизеса–Смирнова (S_ω) и Андерсона–Дарлинга (S_Ω). Полученные значения статистик для рассматриваемых моделей приведены в табл. 3.

Таблица 3. *Значения статистик критериев согласия*

Table 3. *Values of the goodness-of-fit criteria*

ВМН	χ_N^2	S_K	S_ω	S_Ω
W	9,656	0,769	0,113	0,896
МКР	9,512	0,765	0,112	0,894
2СРВ	7,039	0,707	0,093	0,609

Критическое значение статистики Пирсона для уровня значимости α=0,05 и k–1=5 степеней свободы равно $\chi^2_{5,0.95}=11,07$. Приведенные в [21] табличные критические значения для критериев Колмогорова, Крамера–Мизеса–Смирнова и Андерсона–Дарлинга для того же уровня значимости равны, соответственно,

$$S_K^\alpha=1,3581,\ S_\omega^\alpha=0,4614 \text{ и } S_\Omega^\alpha=2,4924.$$

Из табл. 3 видно, что рассчитанные значения статистик используемых критериев согласия для всех рассматриваемых моделей меньше критических, следовательно, мы не можем отвергнуть ни одну из них. Однако вероятностная модель надежности, основанная на двухкомпонентной смеси распределений Вейбулла, обладает наименьшими значениями статистик, что дает нам, вместе с результатами анализа значений информационных критериев, дополнительное основание отдать предпочтение именно этой ВМН.

Сопоставление гистограммы распределения наблюдаемых наработок до отказа из проанализированной выборки **V** и функции плотности распределения (16) с параметрами из табл. 1 говорит о высокой степени соответствия полученной модели 2СРВ и имеющихся данных об отказах ПЭД (рис. 1).

Более того, функция плотности распределения на рис. 1 хорошо отражает наличие в имеющейся совокупности ПЭД значительного числа экземпляров с низкой наработкой до отказа, что подтверждается совпадением моды функции плотности модели 2СРВ и наблюдаемого всплеска количества отказов двигателей. Вероятностные модели Вейбулла и МКР такой возможности не предоставляют (рис. 2, 3), поскольку их функции плотности, определяемые соответственно выражениями (10) и (13), игнорируют наличие такого всплеска.

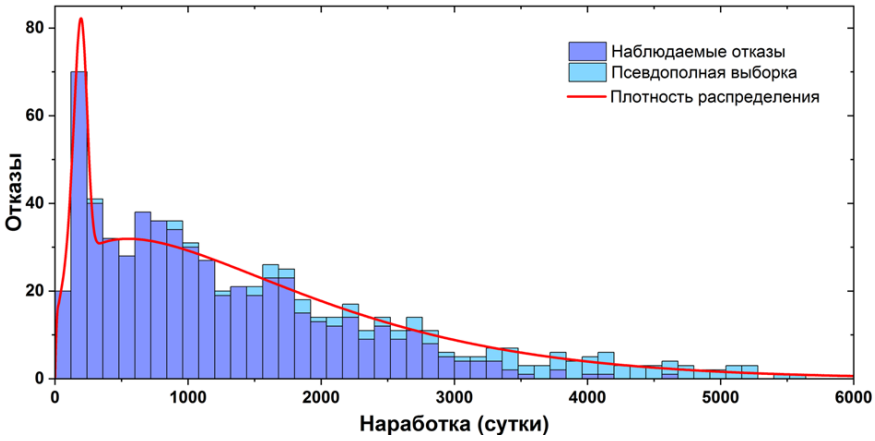

Рис. 1. *Гистограмма распределения наработок до отказа и функция плотности модели надежности, основанной на двухкомпонентной смеси распределений Вейбулла*

Fig. 1. *Histogram of times-to-failure and the failure density function for the reliability model based on two-component mixture of Weibull distributions*

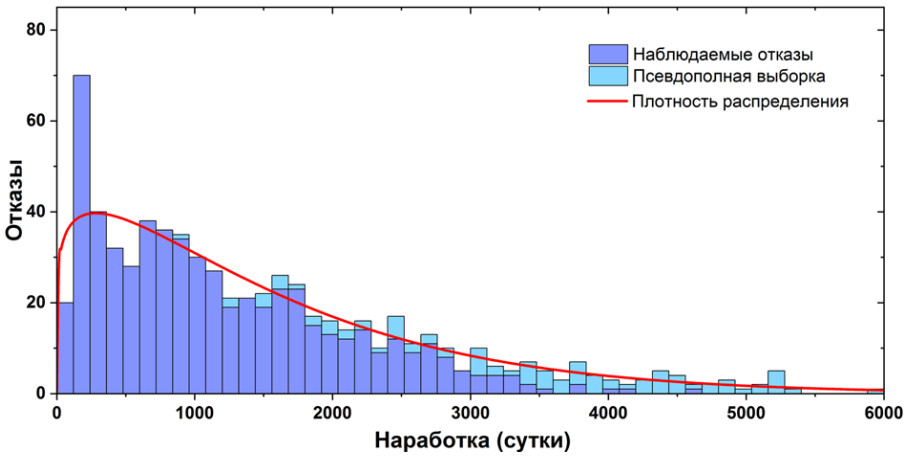

Рис. 2. *Гистограмма распределения наработок до отказа и функция плотности модели надежности Вейбулла*

Fig. 2. *Histogram of times-to-failure and the failure density function for the Weibull reliability model*

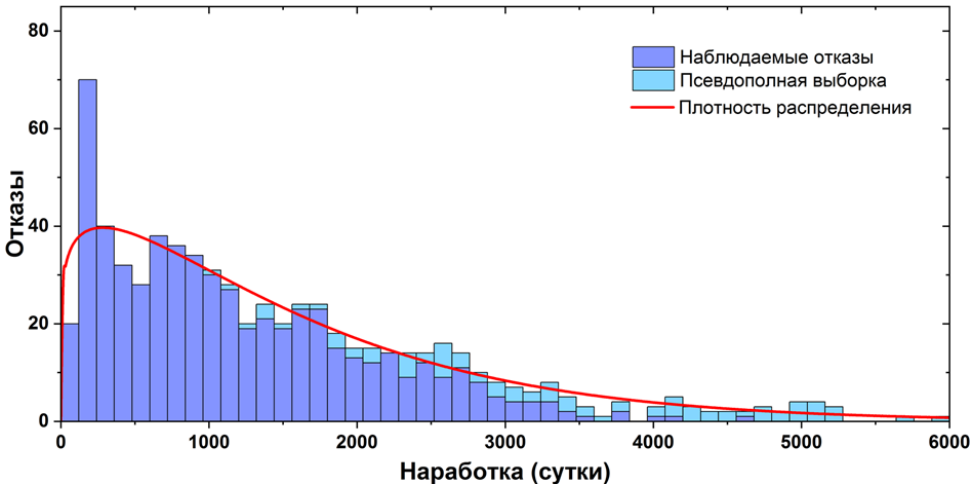

Рис. 3. *Гистограмма распределения наработок до отказа и функция плотности модели надежности конкурирующих рисков*
Fig. 3. *Histogram of times-to-failure and the failure density function for the competing risks reliability model*

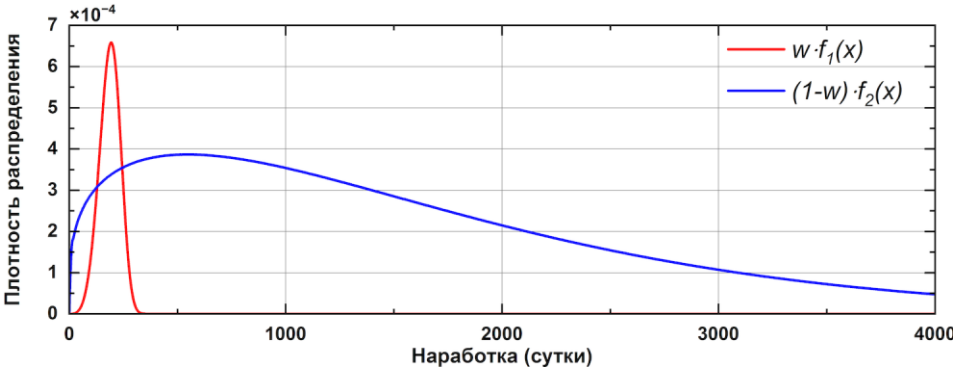

Рис. 4. *Функции плотности компонентов двухкомпонентной смеси распределений Вейбулла*
Fig. 4. *Probability density functions of components in the two-component mixture of Weibull distributions*

Коэффициенты модели 2СРВ из табл. 1 позволяют утверждать, что наработка до отказа около 8 % всех ПЭД является случайной величиной, распределенной по закону Вейбулла с параметрами η_1=205 и β_1=4,46 (средняя наработка до отказа равна 187 суток). Отказы основной части оборудования распределены по закону Вейбулла с параметрами η_2=1753 и β_2=1,29 (средняя наработка до отказа равна 1622 суток).

На рис. 4 приведены графики функций плотности компонентов смеси распределений, масштабированные с учетом весового коэффициента: $wf_1(x,\eta_1,\beta_1)$ (красная кривая) и $(1–w)f_2(x,\eta_2,\beta_2)$ (синяя кривая), где f_1 и f_2 – функции, определяемые выражением (10).

Таким образом, в соответствии с моделью 2СРВ в общей совокупности ПЭД можно выделить две группы двигателей с существенно различающимися показателями надежности. Данная модель принята за базовую модель надежности ПЭД, используемых для добычи урана методом СПВ. В ходе дальнейших исследований, на основе вновь полученных данных, эту модель планируется усовершенствовать путем уточнения её параметров с учетом различных типов ПЭД и условий их эксплуатации. Кроме того, на основе полученных в результате данного исследования закономерностей выхода из строя ПЭД планируется провести анализ причин отказов и подготовить предложения по увеличению их времени наработки до отказа.

Заключение

Было проведено исследование трех ВМН для электродвигателей погружных насосов, используемых при добыче урана методом скважинного подземного выщелачивания:

- модели надежности Вейбулла;
- МКР, предполагающей, что отказы ПЭД происходят по одной из двух несовместных причин;
- модели, основанной на предположении о том, что распределение наработки до отказа описывается двухкомпонентной смесью распределений Вейбулла (2СРВ).

Используя метод максимального правдоподобия, были определены точечные оценки параметров ВМН. Для всех ВМН были рассчитаны значения информационных критериев, а также значения статистик критериев согласия.

По результатам проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1. Значения информационных критериев не позволили однозначно выявить наилучшую ВМН. Однако модель 2CPB является наиболее точной и определена как наиболее предпочтительная в соответствии с двумя критериями из трех используемых.
2. Проверка адекватности моделей на основе критериев согласия не позволила отвергнуть ни одну из рассматриваемых ВМН. При этом модель 2CPB продемонстрировала более высокую согласованность с реальными данными, чем другие модели.
3. Использование модели 2CPB позволило обнаружить наличие группы двигателей с низкими значениями средней наработки до отказа в совокупности рассматриваемых ПЭД.
4. Поскольку для анализа были предоставлены данные статистически идентичных объектов, мы не можем объяснить имеющуюся неоднородность данных наличием ПЭД с различающимися техническими характеристиками
5. Наличие существенного количества электродвигателей с низкими значениями наработок до отказа может быть связано либо с невыявленными дефектами ПЭД, либо с более тяжелыми условиями эксплуатации, в которых функционируют некоторые экземпляры оборудования. Окончательный вывод по этому поводу может быть сделан на основании дополнительных исследований.
6. Результаты данного исследования могут быть использованы для уточнения потребности в закупках ПЭД при разработке новых или в ходе эксплуатации существующих месторождений урана, разрабатываемых методом скважинного подземного выщелачивания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Геотехнология урана (российский опыт): монография / под ред. И.Н. Солодова, Е.Н. Камнева. – М.: КДУ «Университетская книга», 2017. – 576 с.
2. Exploration, mining, milling and processing of uranium / T. Sreenivas, A.K. Kalburgi, M.L. Sahu, S.B. Roy // Nuclear Fuel Cycle / Eds. B.S. Tomar, P.R.V. Rao, S.B. Roy, J.P. Panakkal, K. Raj, A.N. Nandakumar. – Singapore: Springer, 2023. – P. 17–79. DOI: 10.1007/978-981-99-0949-0_2.
3. Experimental investigation on the influence of surfactant to the seepage characteristics of acid leaching solution during in-situ leaching of uranium / S. Zeng, J. Sun, B. Sun et al. // Journal of Radioanalytical and Nuclear Chemistry. – 2023. – Vol. 332. – P. 3651–3660. DOI: 10.1007/s10967-023-09038-5.
4. Технологическая информационная система для контроля и управления добычным комплексом предприятия по добыче урана методом подземного выщелачивания / А.Д. Истомин, А.С. Бабкин, М.Д. Носков, А.А. Чеглоков, Н.А. Попонин // Цветные металлы. – 2012. – № 1/3. – С. 16–22.
5. Программный модуль учета, контроля и анализа работы насосного оборудования на предприятии, ведущем добычу урана методом скважинного подземного выщелачивания / С.Н. Валитов, А.Д. Истомин, М.Д. Носков, А.А. Чеглоков // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2017. – Т. 60. – № 9/2. – С. 18–23.
6. «Умный полигон» скважинного подземного выщелачивания урана / М.Д. Носков, А.Н. Михайлов, Р.С. Нарышкин, Р.С. Рудин // Горный журнал. – 2022. – № 4. – С. 41–46.
7. Ведяшкин М.В., Муравлев О.П. Оценка параметров законов распределения отказов обмоток статоров при эксплуатации крановых асинхронных двигателей // Известия ТПУ. – 2011. – Т. 319. – № 4. – С. 117–122.
8. Практическое применение статистической модели определения ресурса электрооборудования / Карандаев А.С., Ячиков И.М., Храмшина Е.А., Николаев А.А., Николаев А.А. // Известия вузов. Электромеханика. – 2018. – Т. 61. – № 3. – С. 43–52. DOI: 10.17213/0136-3360-2018-3-43-52.
9. Болдырев А.С., Веревкин А.Л., Веревкина Л.С. Алгоритм моделирования надежности системы управления группой роботизированных платформ с горячим резервированием // Известия СПбГЭТУ ЛЭТИ. – 2021. – № 4. – С. 49–57.
10. Грачева Е.И., Тошходжаева М.И. Моделирование работоспособности электрооборудования систем электроснабжения и электрических сетей: монография. – Казань: Отечество, 2021. – 220 с.
11. Reliability models of components / B.W. Tuinema, J.L. Rueda Torres, A.I. Stefanov, F.M. Gonzalez-Longatt, M.A.M.M. Van der Meijden // Probabilistic Reliability Analysis of Power Systems. – Cham: Springer, 2020. – P. 57–90. DOI: 10.1007/978-3-030-43498-4_3.
12. Kvam P., Lu J.C. Statistics for Reliability Modeling // Springer Handbook of Engineering Statistics / Ed. by H. Pham. – London: Springer, 2023. – P. 53–65. DOI: 10.1007/978-1-4471-7503-2_3.
13. Николаев Д.А., Антонов А.В., Чепурко В.А. Оценка параметров законов распределения с учетом усеченных слева и цензурированных справа данных // Вестник Кибернетики. – 2017. – № 2 (26). – С. 94–102.
14. García-Pérez A. Variogram model selection // Trends in Mathematical, Information and Data Sciences. Studies in Systems, Decision and Control / Eds. N. Balakrishnan, M.Á. Gil, N. Martín, D. Morales, M.d.C. Pardo. – Cham: Springer, 2023. – Vol. 445. – P. 21–27. DOI: 10.1007/978-3-031-04137-2_3.
15. Bayesian models / A.K. Chakraborty, S. Dey, P. Chakraborty, A. Chanda // Springer Handbook of Engineering Statistics / Ed. by H. Pham. – London: Springer, 2023. – P. 763–793. DOI: 10.1007/978-1-4471-7503-2_37.
16. Zhang J., Yang Y., Ding J. Information criteria for model selection // WIREs Computational Statistics. – 2023. – № 15 (5). – e1607. DOI: 10.1002/wics.1607.

17. Лемешко Б.Ю., Лемешко С.Б., Семенова М. А. К вопросу статистического анализа больших данных // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2018. – № 44. – С. 40–49. DOI: 10.17223/19988605/44/5.
18. Devore J.L., Berk K.N., Carlton M.A. Chi-squared tests // Modern Mathematical Statistics with Applications. Springer Texts in Statistics. – Cham: Springer, 2021. – P. 823–854. DOI: 10.1007/978-3-030-55156-8_13.
19. Nonparametric goodness-of-fit tests for censored data / E. Chimitova, M. Nikulin, B. Lemeshko et al. // Proceedings of the 7th International Conference on Mathematical Methods in Reliability: Theory, Methods and Applications. – Beijing, 20–24 June 2011. – Beijing: Beijing Institute of Technology, 2011. – P. 817–823.
20. О решении проблем применения некоторых непараметрических критериев согласия / Б. Ю. Лемешко, А.А. Горбунова, С.Б. Лемешко, А.П. Рогожников // Автометрия. – 2014. – Т. 50. – № 1. – С. 26–43.
21. Лемешко Б.Ю. Непараметрические критерии согласия: руководство по применению. – М.: Общество с ограниченной ответственностью «Научно-издательский центр ИНФРА-М», 2014. – 163 с.
22. ГОСТ Р 50779.27-2017. Статистические методы. Распределение Вейбулла. Анализ данных. – М.: Стандартинформ, 2020. – 62 с. URL: https://protect.gost.ru/document.aspx?control=7&id=218209 (дата обращения: 23.01.2024).
23. Sankaran P.G., Antony A.A. Non-parametric estimation of lifetime distribution of competing risk models when censoring times are missing // Statistical Papers. – 2009. – № 50. – P. 339–361. DOI: 10.1007/s00362-007-0086-z.
24. Kumar S., Jain M. Shifted mixture model using Weibull, Lognormal, and Gamma distributions // National Academy Science Letters. – 2023. – № 46. – P. 539–545. DOI: 10.1007/s40009-023-01287-y.
25. Лемешко Б.Ю. О проблемах и ошибках применения критериев согласия // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2023. – № 64. – С. 74–90. DOI: 10.17223/19988605/64/8.

Информация об авторах

Александр Александрович Ефремов, старший преподаватель отделения автоматизации и робототехники Инженерной школы информационных технологий и робототехники, Национальный исследовательский Томский политехнический университет, Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30; alexyefremov@tpu.ru; https://orcid.org/0000-0001-8149-3641

Камол Касимжанович Кадыров, первый заместитель генерального директора – директор по производству АО «Далур», Россия, 641750, село Уксянское, ул. Лесная, 1; kakkadyrov@rosatom.ru

Михаил Дмитриевич Носков, доктор физико-математических наук, профессор кафедры физики Северского технологического института Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ», Россия, 636036, г. Северск, пр. Коммунистический, 65; MDNoskov@mephi.ru

Александр Александрович Филипас, кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой – руководитель отделения автоматизации и робототехники на правах кафедры Инженерной школы информационных технологий и робототехники, Национальный исследовательский Томский политехнический университет, Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30; filipas@tpu.ru; https://orcid.org/0000-0002-5376-5416

Александр Андреевич Щипков, кандидат технических наук, доцент кафедры электроники и автоматики физических установок Северского технологического института Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ», Россия, 636036, г. Северск, пр. Коммунистический, 65; AAShchipkov@mephi.ru; https://orcid.org/0009-0006-4633-9175

Поступила в редакцию: 03.06.2024
Поступила после рецензирования: 13.06.2024
Принята к публикации: 19.09.2024

REFERENCES

1. *Geotechnology of uranium (Russian experience): monograph*. Eds. I.N. Solodova, E.N. Kamneva. Moscow, KDU, Universitetskaya Kniga Publ., 2017. 576 p. (In Russ.)
2. Sreenivas T., Kalburgi A.K., Sahu M.L., Roy S.B. Exploration, mining, milling and processing of uranium. *Nuclear Fuel Cycle*. Eds. B.S. Tomar, P.R.V. Rao, S.B. Roy, J.P. Panakkal, K. Raj, A.N. Nandakumar. Singapore, Springer, 2023. pp. 17–79. DOI: 10.1007/978-981-99-0949-0_2.
3. Zeng S., Sun J., Sun B. Experimental investigation on the influence of surfactant to the seepage characteristics of acid leaching solution during in-situ leaching of uranium. *J Radioanal Nucl Chem*, 2023, vol. 332, pp. 3651–3660. DOI: 10.1007/s10967-023-09038-5.
4. Istomin A.D., Babkin A.S., Noskov M.D., Cheglokov A.A., Poponin N.A. Technological information system for monitoring and managing the mining complex of an enterprise for the extraction of uranium using the in-situ leaching method. *Non-Ferrous Metals*, 2012, no. 1/3, pp. 16–22. (In Russ.)
5. Valitov S.N., Istomin A.D., Noskov M.D., Cheglokov A.A. Software module for recording, monitoring and analyzing the operation of pumping equipment at an uranium mining enterprise using the method of borehole in-situ leaching. *Russian Physics Journal*, 2017, vol. 60, no. 9/2, pp. 18–23. (In Russ.)

6. Noskov M.D., Mikhailov A.N., Naryshkin R.S., Rudin R.S. "Smart field" of in-situ leach uranium mining. *Gornyi Zhurnal*, 2022, no. 4, pp. 41–46.
7. Vedyashkin M.V., Muravlyov O.P. The estimation of failure distributions parameters of stator windings during operation of crane asynchronous motors. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2011, vol. 319, no. 4, pp. 117–122. (In Russ.)
8. Karandaev A.S., Yachikov I.M., Khramshina E.A., Nikolaev A.A., Nikolaev A.A. Practical application of a statistical model for determining the service life of electrical equipment. *Russian Electromechanics*, 2018, vol. 61, no. 3, pp. 43–52. (In Russ.)
9. Boldyrev A.S., Veryovkin A.L., Veryovkina A.L. Algorithm for modeling the reliability of a control system for a group of robotic platforms with hot standby. *Proceedings of Saint Petersburg Electrotechnical University*, 2021, no. 4, pp. 49–57. (In Russ.)
10. Grachova E.I., Toshkhodzhayeva M.I. *Modeling the performance of electrical equipment of power supply systems and electrical networks: monograph*. Kazan, Otechestvo Publ., 2021. 220 p. (In Russ.)
11. Tuinema B.W., Rueda Torres J.L., Stefanov A.I., Gonzalez-Longatt F.M., Van der Meijden M.A.M.M. Reliability models of components. *Probabilistic Reliability Analysis of Power Systems*. Cham, Springer, 2020. pp. 57–90. DOI: 10.1007/978-3-030-43498-4_3.
12. Kvam P., Lu J.C. Statistics for reliability modeling. Ed. by Pham H. *Springer Handbook of Engineering Statistics*. London, Springer, 2023. pp. 53–65. DOI: 10.1007/978-1-4471-7503-2_3.
13. Nikolaev D.A., Antonov A.V., Chepurko V.A. Distribution law parameters evaluation considering left-truncated and right-censored data. *Proceedings in Cybernetics*, 2017, no. 2 (26), pp. 94–102. (In Russ.)
14. García-Pérez A. Variogram model selection. *Trends in Mathematical, Information and Data Sciences. Studies in Systems, Decision and Control*. Eds. N. Balakrishnan, M.Á. Gil, N. Martín, D. Morales, M.d.C. Pardo. Cham, Springer, 2023. vol. 445, pp. 21–27. DOI: 10.1007/978-3-031-04137-2_3.
15. Chakraborty A.K., Dey S., Chakraborty P., Chanda A. Bayesian models. *Springer Handbook of Engineering Statistics*. Ed. by H. Pham. London, Springer, 2023. pp. 763–793. DOI: 10.1007/978-1-4471-7503-2_37.
16. Zhang J., Yang Y., Ding J. Information criteria for model selection. *WIREs Computational Statistics*, 2023, vol. 15, Iss. 5, e1607. DOI: 10.1002/wics.1607.
17. Lemeshko B.Yu., Lemeshko S.B., Semyonova M.A. On the issue of statistical analysis of big data. *Bulletin of Tomsk State University. Control, Computing and Information Science*, 2018, no. 44, pp. 40–49. (In Russ.)
18. Devore J.L., Berk K.N., Carlton M.A. Chi-Squared Tests. *Modern Mathematical Statistics with Applications. Springer Texts in Statistics*. Cham, Springer, 2021. pp. 823–854. DOI: 10.1007/978-3-030-55156-8_13.
19. Chimitova E., Nikulin M., Lemeshko B. Nonparametric goodness-of-fit tests for censored data. *Proceedings of the 7th International Conference on Mathematical Methods in Reliability Theory, Methods and Applications*. Beijing, 2011. pp. 817–823.
20. Lemeshko B.Yu., Gorbunova A.A., Lemesko S.B., Rogozhnikov A.P. On solving the problems of applying some nonparametric goodness-of-fit tests. *Autometry*, 2014, vol. 50, no. 1, pp. 26–43. (In Russ.)
21. Lemeshko B.Yu. *Nonparametric goodness-of-fit tests: application guide*. Moscow, Scientific Publishing Center INFRA-M Ltd, 2014. 163 p. (In Russ.)
22. SS R 50779.27-2017 *Statistical methods. Weibull distribution. Data analysis*. Moscow, Standartinform Publ., 2020. 62 p. (In Russ.) Available at: https://protect.gost.ru/document.aspx?control=7&id=218209 (accessed 23 January 2024).
23. Sankaran P.G., Antony A.A. Non-parametric estimation of lifetime distribution of competing risk models when censoring times are missing. *Stat Papers*, 2009, no. 50, pp. 339–361. DOI: 10.1007/s00362-007-0086-z.
24. Kumar S., Jain M. Shifted mixture model using Weibull, Lognormal, and Gamma distributions. *Natl. Acad. Sci. Lett*., 2023, no. 46, pp. 539–545. DOI: 10.1007/s40009-023-01287-y.
25. Lemeshko B.Yu. On problems and errors in applying goodness-of-fit tests. *Bulletin of Tomsk State University. Control, Computing and Information Science*, 2023, no. 64, pp. 74–90. (In Russ.)

Information about the authors

Alexander A. Efremov, Senior Lecturer, National Research Tomsk Polytechnic University, 30, Lenin avenue, Tomsk, 634050, Russian Federation; alexyefremov@tpu.ru; https://orcid.org/0000-0001-8149-3641

Kamol K. Kadyrov, First Deputy Director, Production Director, DALUR JSC, 1, Lesnaya street, Uksyanskoye, Kurgan region, 641750, Russian Federation; kakkadyrov@rosatom.ru

Mikhail D. Noskov, Dr. Sc., Professor, Seversk Technological Institute of the National Research Nuclear University «MEPhi», 65, Kommunistichesky avenue, Seversk, 636036, Russian Federation. MDNoskov@mephi.ru

Alexander A. Filipas, Cand. Sc., Associate Professor, Head of Division for Automation and Robotics, National Research Tomsk Polytechnic University, 30, Lenin avenue, Tomsk, 634050, Russian Federation; filipas@tpu.ru; https://orcid.org/0000-0002-5376-5416

Alexander A. Shchipkov, Cand. Sc., Associate Professor, Seversk Technological Institute of the National Research Nuclear University "MEPhI", 65, Kommunistichesky avenue, Seversk, 636036, Russian Federation; AAShchipkov@mephi.ru; https://orcid.org/0009-0006-4633-9175

Received: 03.06.2024
Revised: 13.06.2024
Accepted: 19.09.2024