



СТИ

НИЯУ МИФИ

Северский
технологический
институт

М. Д. Носков, Н. Ю. Истомина

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ (ВЯЗКОСТИ) ЖИДКОСТИ ПО МЕТОДУ ПУАЗЕЙЛЯ

Методические указания

Северск, 2026

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Северский технологический институт –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(СТИ НИЯУ МИФИ)

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой физики
профессор

 М.Д. Носков
«12» 03 2026 г.

М.Д. Носков, Н.Ю. Истомина

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ
(ВЯЗКОСТИ) ЖИДКОСТИ ПО МЕТОДУ ПУАЗЕЙЛЯ**

Методические указания

по курсу «Физика»
для студентов, обучающихся по направлению
подготовки 13.03.02, 14.03.02, 14.05.04, 15.03.04, 18.05.02, 09.03.03.

Северск 2026

УДК 536 (076)
ББК 22.317я73
Н 844

Авторы:

Носков М. Д. – доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Физика» СТИ НИЯУ МИФИ.

Истомина Н. Ю. – кандидат технических наук, доцент кафедры «Физика» СТИ НИЯУ МИФИ.

Рецензент:

Истомин А.Д. – кандидат физико-математических наук, доцент СТИ НИЯУ МИФИ.

Носков М.Д.

Н 844 Определение коэффициента внутреннего трения (вязкости) жидкости по методу Пуазейля / М.Д. Носков, Н.Ю. Истомина; Северский технологический институт НИЯУ МИФИ – Северск: Издательство СТИ НИЯУ МИФИ, 2026. – 13 с. – Текст: электронный.

В методических указаниях к лабораторной работе рассматриваются понятия ламинарного и турбулентного течений жидкости, динамической вязкости жидкости, градиента скорости. Рассмотрен основной закон вязкого течения. Описан метод Пуазейля для определения динамической вязкости жидкости.

Методические указания написаны в соответствии с программой и планом физического лабораторного практикума и могут быть использованы в курсе «Физика» преподавателями кафедры физики и студентами следующих направлений подготовки: 13.03.02, 14.03.02, 14.05.04, 15.03.04, 18.05.02, 09.03.03.

Руководство рассмотрено и одобрено на заседании методического семинара кафедры физики (протокол № 1 от «25» февраля 2026 г.).

Издается в соответствии с планом выпуска учебно-методической литературы на 2026г., утвержденным Ученым Советом СТИ НИЯУ МИФИ.

Рег. № 06/26 от 06.03.2026 г.

Редактор М. В. Ворожейкина

При оформлении обложки использовано изображение от freepik (сайт ru.freepik.com)

© Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ, Северский технологический институт- филиал ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ» (СТИ НИЯУ МИФИ), 2026

1 Цель работы

Целью работы является изучение вязкости жидкостей и определение коэффициента динамической вязкости жидкости (воды) методом Пуазейля.

2 Теоретическое введение

Существует два вида течения жидкости (или газа): ламинарное и турбулентное [1]. При **ламинарном** течении (от лат. *lamina* – пластинка, слой) в жидкости можно выделить слои, которые скользят параллельно друг другу, не перемешиваясь. При **турбулентном** течении (от лат. *turbulentus* – бурный, беспорядочный) жидкость интенсивно и беспорядочно перемешивается. В любом случае для поддержания движения жидкости нужно действовать на нее внешней силой, причем, при турбулентном течении эта сила должна быть больше. При ламинарном течении сила сопротивления жидкости движению определяется ее вязкостью.

Вязкость (внутреннее трение) – свойство жидкости (или газа) оказывать сопротивление перемещению одной ее части относительно другой. Основным закон внутреннего трения для ламинарного течения был установлен И. Ньютоном в 1687 г.

Рассмотрим ламинарное течение жидкости в направлении оси Oy (рисунок 1). Выделим в жидкости два параллельных слоя жидкости площадью S , находящихся на малом расстоянии dz . Скорость движения нижнего слоя (*I* слой) равна $\vec{v}$. Скорость верхнего слоя (*II* слой) отличается на малую величину $d\vec{v}$ и равна $(\vec{v} + d\vec{v})$. Отношение $\frac{dv}{dz}$ показывает, как быстро меняется скорость жидкости при переходе от одного слоя к другому и называется **градиентом скорости**^{1,2}. Более быстрые молекулы жидкости верхнего слоя ускоряют молекулы нижнего и, наоборот, более медленные молекулы нижнего слоя замедляют движение верхнего. В результате возникает **внутреннее трение** между слоями. **Основной закон вязкого течения** гласит, что сила внутреннего трения (вязкости) $\vec{F}$, действующая между двумя слоями, пропорциональна площади их соприкосновения S и градиенту скорости $\frac{dv}{dz}$, [1]:

$$F = \eta \frac{dv}{dz} S, \quad (1)$$

¹ Градиент скалярной функции $\text{grad}(f(x, y, z))$ – вектор, направленный в сторону ее наибыстрейшего возрастания, [2].

² В декартовой системе координат: $\text{grad}(f(x, y, z)) = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \vec{e}_x + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \vec{e}_y + \frac{\partial f}{\partial z} \cdot \vec{e}_z$, где $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ – орты декартовой системы координат, [3].

где η – коэффициент динамической вязкости (коэффициентом внутреннего трения), Па · с.

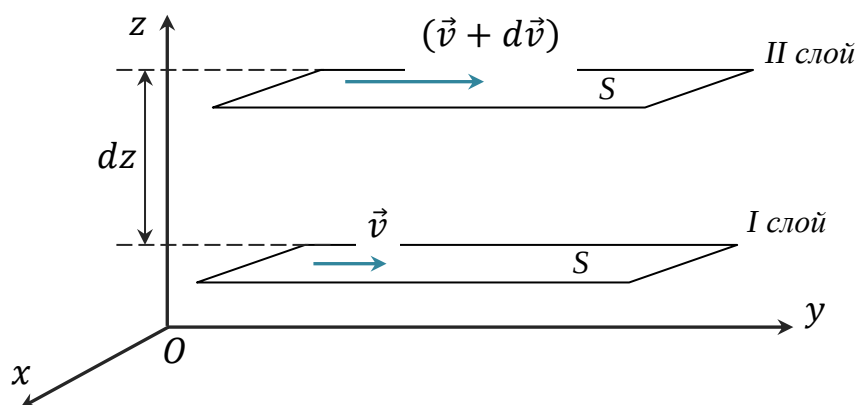


Рисунок 1 – Ламинарное течение слоев жидкости

Согласно формуле (1), **коэффициент динамической вязкости** численно равен силе внутреннего трения, приходящейся на единицу поверхности двух слоев, движущихся друг относительно друга с градиентом скорости, равным единице. В системе СИ размерность коэффициента динамической вязкости:

$$[\eta] = \text{Па} \cdot \text{с}.$$

Природу вязкости молекулярно-кинетическая теория объясняет движением и взаимодействием молекул. Причем для жидкостей и газов механизм возникновения внутреннего трения существенно различается. В *газах* расстояния между молекулами существенно больше радиуса действия молекулярных сил. Вязкость газов является следствием хаотического (теплого) движения молекул, в результате которого происходит обмен молекулами между движущимися друг относительно друга слоями. В результате молекулы из медленно движущихся слоев попадают в быстрые, тем самым замедляя их, и наоборот. Так как средняя скорость теплового движения молекул растет с увеличением температуры T (пропорционально $\sqrt{T}$), то вязкость газов также увеличивается с нагреванием пропорционально $\sqrt{T}$.

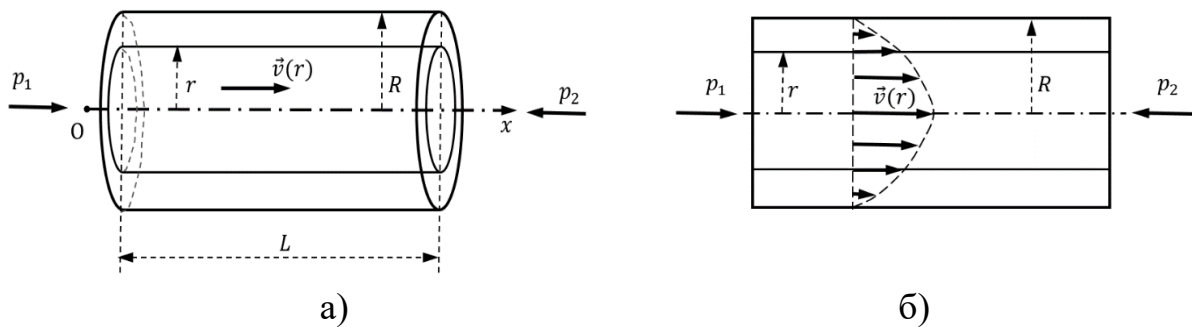
В *жидкостях*, где расстояния между молекулами много меньше, чем в газах, вязкость обусловлена межмолекулярным взаимодействием. В жидкостях молекулы большую часть времени колеблются около положения равновесия, и только время от времени совершают скачки на расстояние порядка размеров самой молекулы. Течение жидкости связано с совокупностью огромного числа таких скачков. Вероятность скачков повышается с ростом интенсивности колебаний, то есть с увеличением температуры. Поэтому вязкость жидкости уменьшается при её нагревании. Зависимость вязкости воды от температуры представлена в таблице 1.

Таблица 1 – Коэффициент динамической вязкости воды при различных температурах

Температура, °C	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
Вязкость η , $10^{-3} \cdot \text{Па} \cdot \text{с}$	1,82	1,33	1,02	0,82	0,67	0,56	0,48	0,41	0,36	0,32

3 Метод Пуазейля для определения коэффициента динамической вязкости жидкости

Коэффициент внутреннего трения можно определить, изучая ламинарное течение несжимаемой жидкости по цилиндрической трубке малого диаметра - капилляру (малый диаметр нужен для того, чтобы течение было ламинарным). Рассмотрим капилляр с внутренним радиусом R и длиной L (рисунок 2). Течение жидкости в капилляре происходит вдоль оси симметрии капилляра Ox . При ламинарном течении жидкость как бы разделяется на концентрично расположенные цилиндрические слои, параллельные оси капилляра и движущиеся внутри друг друга с различными скоростями (рисунок 2, а)). При этом, слой жидкости, непосредственно прилегающий к стенке капилляра, в результате прилипания остаётся неподвижным. Скорость остальных слоёв возрастает по мере их удаления от поверхности и



L – длина капилляра;

Ox – ось симметрии капилляра;

p_1 и p_2 – давление, соответственно, в левом и правом сечениях капилляра;

R – внутренний радиус капилляра;

r – радиус концентрического цилиндрического слоя жидкости

Рисунок 2 – Ламинарное течение несжимаемой жидкости в капилляре:

а) концентрические цилиндрические слои жидкости;

б) параболический профиль скорости $\vec{v}(r)$

достигает максимального значения в слое, движущемся по оси капилляра. Таким образом, при ламинарном течении несжимаемой жидкости цилиндрической трубке образуется **параболический профиль скорости** (профиль Пуазейля) – распределение скорости жидкости по радиальному направлению $\vec{v}(r)$, где r – расстояние, отсчитываемое от оси капилляра (рисунок 2, б)).

Определим функцию скорости жидкости в капилляре $v(r)$ с помощью основного закона вязкого трения (1). Рассмотрим в капилляре один из цилиндрических слоев жидкости произвольного радиуса r . Давление в левом сечении капилляра равно p_1 , давление в правом сечении капилляра – p_2 . На жидкость, находящуюся внутри цилиндрического слоя (см. рисунок 2, б), действуют следующие силы:

1) сила гидростатического давления в левом сечении капилляра

$$F_1 = \pi r^2 p_1, \quad (2)$$

где πr^2 – площадь поперечного сечения концентрического цилиндрического слоя жидкости радиусом r ;

2) сила гидростатического давления в правом сечении капилляра

$$F_2 = \pi r^2 p_2; \quad (3)$$

3) сила вязкого трения, действующая на боковую поверхность цилиндрического слоя жидкости радиусом r (см. формулу (1))

$$F_3 = \eta \frac{dv}{dr} S_6, \quad (4)$$

где $S_6 = 2\pi r L$ – площадь боковой поверхности цилиндрического слоя.

Скорость жидкости, не изменяется во времени и при перемещении вдоль капилляра. Поэтому сумма всех сил, действующих на жидкость, должна быть равна нулю. С учетом формул (2) – (4), сумма проекций сил на ось Ox равна:

$$\pi r^2 p_1 - \pi r^2 p_2 + 2\pi r L \eta \frac{dv}{dr} = 0. \quad (5)$$

Выражая из последней формулы $\frac{dv}{dr}$, получим дифференциальное уравнение первого порядка:

$$\frac{dv}{dr} = \frac{\pi r^2 (p_1 - p_2)}{2\pi r L \eta}$$

или

$$dv = -\frac{\Delta p}{2L\eta} r dr, \quad (6)$$

где $\Delta p = -(p_1 - p_2)$ – разность давлений в сечениях капилляра.

Проинтегрировав обе части уравнения (6), получим функцию скорости жидкости в капилляре $v(r)$

$$v(r) = -\frac{\Delta p}{4L\eta} r^2 + const. \quad (7)$$

Константу интегрирования определим из условия прилипания слоя жидкости к стенке капилляра (на стенке, где переменная интегрирования $r = R$, скорость жидкости $v(R) = 0$):

$$const = \frac{\Delta p}{4L\eta} R^2.$$

С учетом полученного выражения для константы интегрирования, функция (7) приобретает вид:

$$v(r) = \frac{\Delta p}{4L\eta} (R^2 - r^2). \quad (8)$$

Скорость жидкости принимает максимальное значение на оси капилляра (при $r = 0$). Подставив в формулу (8) значение $r = 0$, получим максимальное значение скорости жидкости v_0 , равное

$$v_0 = \frac{\Delta p}{4L\eta} R^2.$$

Тогда, формулу (8) можно переписать в виде

$$v(r) = v_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right).$$

Полученная зависимость $v(r)$ показывает, что при ламинарном течении скорость жидкости изменяется с расстоянием от оси трубы по параболическому закону.

С помощью формулы (8) можно вычислить расход жидкости. **Расход жидкости Q** – масса жидкости, протекающая через капилляр в единицу времени. Разобьём сечение капилляра на кольца шириной dr (рисунок 3). Тогда элементарный расход жидкости dQ через кольцо с внутренним радиусом r равен

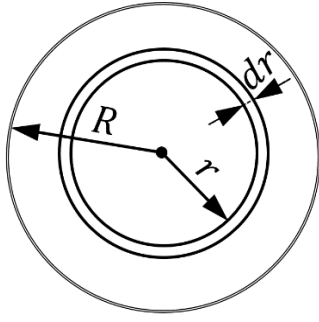


Рисунок 3 – Разбиение капилляра на кольца шириной dr

$$dQ = \frac{dm}{dt}, \quad (9)$$

где $dm = \rho dV$ – масса жидкости, проходящая через кольцо за малый промежуток времени dt ; ρ – плотность жидкости; $dV = sv(r)dt$ – объем жидкости; $s = 2\pi r dr$ – площадь кольца. С учетом выражений для dm и dV , выражение (10) можно представить следующим образом

$$dQ = \rho \frac{v(r) \cdot dt}{dt} 2\pi r \cdot dr$$

или

$$dQ = \rho \cdot v(r) \cdot 2\pi r \cdot dr. \quad (10)$$

Подставляя формулу (8) в выражение (10), получим зависимость элементарного расхода dQ от переменной r :

$$dQ = \pi \rho \cdot \frac{\Delta p}{2L\eta} \cdot (R^2 - r^2) \cdot r \cdot dr. \quad (11)$$

Интегрируя выражение (11) от 0 до R , находим расход жидкости

$$\begin{aligned} Q &= \frac{\pi \rho \Delta p}{2L\eta} \int_0^R (R^2 - r^2) \cdot r \cdot dr = \\ &= \frac{\pi \rho \Delta p}{2L\eta} \left(\frac{R^4}{2} - \frac{R^4}{4} \right) = \frac{\pi \rho \Delta p}{8L\eta} R^4. \end{aligned} \quad (12)$$

Формула (12) показывает, что расход жидкости Q пропорционален четвертой степени радиуса капилляра R и обратно пропорционален коэффициенту динамической вязкости η жидкости. Таким образом, результат вычисления расхода Q несжимаемой жидкости при ее стационарном течении в капилляре, имеет вид:

$$Q = \frac{\pi \rho \Delta p}{8L\eta} R^4. \quad (13)$$

Формула (13), называемая **формулой Пуазейля**, была экспериментально установлена в 1840 г. французским физиком Ж. Пуазейлем (1799-1869).

С помощью формулы Пуазейля, найдем коэффициент динамической вязкости η жидкости. Выразим из (9) массу жидкости m , учитывая, что расход жидкости Q не зависит от времени (стационарное течение)

$$m = Q \cdot t,$$

подставим в полученное выражение формулу Пуазейля (см. (13)), тогда

$$m = \frac{\pi \rho \Delta p}{8L\eta} R^4 \cdot t.$$

Отсюда можно выразить коэффициент динамической вязкости η жидкости:

$$\eta = \frac{\pi \rho \Delta p}{8Lm} R^4 \cdot t. \quad (14)$$

Таким образом, метод Пуазейля позволяет определить коэффициент динамической вязкости η жидкости, если известна плотность ρ и масса m вытекшей жидкости, длина L и радиус R капилляра, а также разность давлений Δp на концах капилляра и время истечения жидкости t .

Установка для измерения коэффициента вязкости [4] (рисунок 4) состоит из стеклянного сосуда 1 с тубусом 2, к которому при помощи резиновой трубки присоединен капилляр 3. Исследуемая жидкость из сосуда 1 стекает по капиллярной трубке в стакан 4. Штатив 5 служит для фиксирования положения капилляра в верхнем (А) или нижнем (Б) положении. Движение жидкости через капилляр происходит под действием разности гидростатических давлений в левом и правом сечениях капилляра.

Вначале эксперимента, когда жидкость в стеклянном сосуде находится на высоте h_1 , разность давлений на концах капилляра равна

$$\Delta p' = \rho g h_1 - \rho g h, \quad (15)$$

где $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения; h – высота сечения капилляра в положении (Б) (высоты отсчитываются от плоскости стола, см. рисунок 4).

В конце эксперимента уровень жидкости в стеклянном сосуде снижается до значения h_2 . Следовательно, разность гидростатических давлений в крайних сечениях капилляра также уменьшается и принимает значение

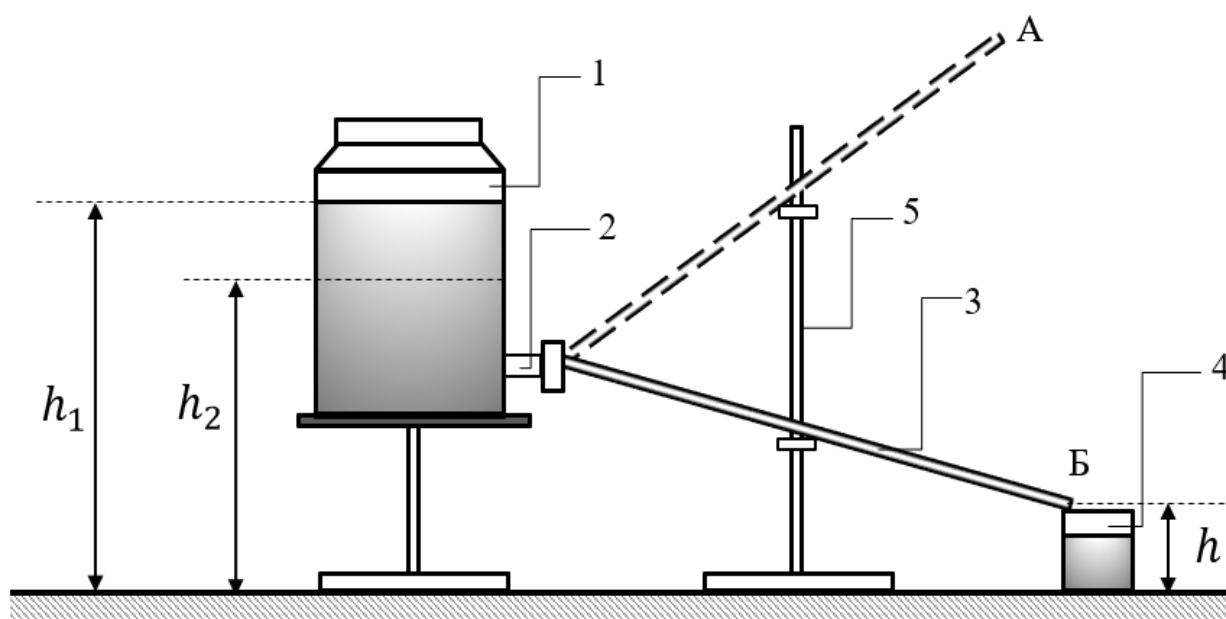
$$\Delta p'' = \rho g h_2 - \rho g h. \quad (16)$$

Таким образом, для вычисления вязкости η по формуле (14), в качестве переменной Δp , необходимо взять среднее значение разности давлений $\Delta p'$ и $\Delta p''$ в начале и конце эксперимента:

$$\Delta p = \frac{\Delta p' + \Delta p''}{2} = \rho g \frac{(h_1 - h) + (h_2 - h)}{2} = \rho g \left(\frac{h_1 + h_2}{2} - h \right). \quad (17)$$

Подставляя формулы (17) в соотношение (14), получим рабочую формулу для расчета коэффициента динамической вязкости:

$$\eta = \frac{\pi \rho^2}{8 L m} g \left(\frac{h_1 + h_2}{2} - h \right) R^4 \cdot t. \quad (18)$$



h – высота сечения капилляра;
 h_1 – начальная высота уровня жидкости;
 h_2 – конечная высота уровня жидкости.

Рисунок 4 – Схема лабораторной установки: 1 – стеклянный сосуд с жидкостью; 2 – тубус с резиновой трубкой; 3 – капилляр; 4 – стакан; 5 – штатив для фиксации капилляра в верхнем (А) или нижнем (Б) положениях.

4 Безопасность труда

В работе используются стеклянные сосуды. При выполнении работы надо быть осторожным со стеклом.

5 Приборы и принадлежности

- 1) Установка для измерения вязкости (рисунок 4);
- 2) секундомер;
- 3) линейка;
- 4) весы.

6 Порядок работы

6.1. Записать в таблицу 2 плотность воды $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$, радиус R и длину L капилляра. Радиус R и длина L капилляра указаны на стеклянном сосуде 1 (см. рисунок 4).

6.2 Узнать у преподавателя время t проведения опыта (время истечения жидкости из капилляра). Значения t для пяти опытов записать в таблицу 2.

Таблица 2 – Результаты измерений и вычислений

Плотность воды $\rho =$ _____, кг/м^3									
Радиус капилляра $R =$ _____, м									
Длина капилляра $L =$ _____, м									
№	t , с	m_1 , кг	h_1 , м	h , м	h_2 , м	m_2 , кг	m , кг	η , Па·с	$\eta_{\text{ср}}$, Па·с
1									
2									
3									
4									
5									

6.3 Определить значение массы m_1 , взвесив пустой стакан 4.

6.4 Измерить линейкой от плоскости стола начальный уровень жидкости h_1 .

6.5 Быстро опустить капилляр из положения (А) в положение (Б), так чтобы жидкость стекала в стакан 4 и включить секундомер.

6.6 Измерить линейкой от плоскости стола высоту h , на которой находится сечение капилляра.

6.7 Выключить секундомер через время t , быстро подняв при этом капилляр в положение (А).

6.8 Измерить линейкой от плоскости стола уровень жидкости h_2 в стеклянном сосуде 1.

- 6.9 Определить массу m_2 , взвесив стакан с водой.
- 6.10 Определить массу воды $m = m_2 - m_1$.
- 6.11 Вычислить по формуле (18) коэффициент динамической вязкости воды η .
- 6.12 Повторить п.п. 6.3 – 6.11.
- 6.13 Рассчитать и записать в таблицу 2 среднее значение коэффициента динамической вязкости $\eta_{\text{ср}}$.
- 6.14 Построить график зависимости коэффициента динамической вязкости от температуры по данным таблицы 1. По вычисленному значению вязкости $\eta_{\text{ср}}$ и графику оценить температуру воды.

7 Оценка погрешности измерения

7.1 Заполнить таблицу 3 для непосредственно измеряемых величин h_1, h_2, h, t, m_1, m_2 . Абсолютные погрешности отсчета непосредственно измеряемых величин $\Delta h_1, \Delta h_2, \Delta h, \Delta t, \Delta m_1, \Delta m_2$ принять равными цене наименьшего деления приборов, с помощью которых производились измерения.

Таблица 3 – Абсолютные погрешности прямых измерений

Измеряемая величина	Единица измерения	Средство измерения	Цена деления	Абсолютная погрешность отсчета

7.2 Выражение (18) для расчета вязкости воды записать как функцию непосредственно измеряемых величин $\eta(h_1, h_2, h, t, m_1, m_2)$.

7.3 С помощью грубого метода оценки погрешности [5], вывести формулу для вычисления относительной погрешности $\varepsilon = \Delta\eta/\eta$.

7.4 По данным таблицы 2 вычислить относительную погрешность измерения $\varepsilon = \Delta\eta/\eta$ и абсолютную погрешность $\Delta\eta = \eta_{\text{ср}} \cdot \varepsilon$.

7.5 Написать вывод о проделанной работе. В выводе указать значение температуры воды, при котором достигается вычисленное значение вязкости. Результат расчета динамической вязкости воды привести в форме:

$$\eta = (\eta_{\text{ср}} \pm \Delta\eta) \text{ Па} \cdot \text{с}.$$

8 Контрольные вопросы

- 8.1 Дать определение ламинарного и турбулентного течений.
- 8.2 Что называется вязкостью?
- 8.3 Записать основной закон внутреннего трения.
- 8.4 Чему равен коэффициент динамической вязкости?
- 8.5 Объяснить механизм внутреннего трения в газах.
- 8.6 Объяснить механизм внутреннего трения в жидкостях.
- 8.7 Как распределены скорости при ламинарном течении жидкости в трубе?
- 8.8 Какие силы действуют на жидкость при ламинарном движении в трубе?
- 8.9 Определение расхода жидкости.
- 8.10 Вывод формулы Пуазейля ([13](#)).
- 8.11 Вывод формулы ([14](#)) для определения коэффициента динамической вязкости.

Литература

- 1) Савельев И.В. Курс общей физики. Кн. 1. Механика. – Москва: Астрель: АСТ, 2004. – 336 с.
- 2) Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т2. – Москва.: Наука, 1979. – 552 с.
- 3) Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – Москва: Наука, 1977. – 720 с.
- 4) Руководство к лабораторным занятиям по физике/под редакцией Л.Л. Гольдина. – Москва: ГРФМЛ, 1973. – 688 с.
- 5) Погрешности измерений: Методические указания. – Томск: ТПУ, 1984.- 23 с.