

В.М. Бродский,
С.А. Ткачук,
Е. А. Будко



РАСЧЕТ ВАЛА НА ИЗГИБ С КРУЧЕНИЕМ

Северск, 2024

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Северский технологический институт –

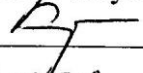
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(СТИ НИЯУ МИФИ)

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой МАХАП

канд. техн. наук

 Е.Ю. Карташов
« 31 »  2024 г.

В.М. Бродский, С.А. Ткачук, Е. А. Будко

РАСЧЕТ ВАЛА НА ИЗГИБ С КРУЧЕНИЕМ

Руководство к расчетно-графической работе

по курсу «Сопротивление материалов»

для студентов, обучающихся по направлению

подготовки бакалавров 18.03.02 «Энерго- и ресурсосберегающие процессы

в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии» и 14.03.02

«Ядерные физика и технологии»

Северск 2024

УДК 539.3/8 (076)
ББК 30.121я73
Б881

Авторы:

Бродский В.М. – доцент, кафедра МАХАП СТИ НИЯУ МИФИ;
Ткачук С.А. – преподаватель, кафедра МАХАП СТИ НИЯУ МИФИ;
Будко Е.А. – старший преподаватель, кафедра МАХАП СТИ НИЯУ МИФИ.

Рецензент:

Шляхова Г.В. – кандидат технических наук, доцент СТИ НИЯУ МИФИ.

Бродский В.М., Ткачук С.А., Будко Е.А.

Б881 Расчет вала на изгиб с кручением: руководство к расчетно-графической работе / В. М. Бродский, С. А. Ткачук, Е.А. Будко; Северский технологический институт НИЯУ МИФИ– Северск: Издательство СТИ НИЯУ МИФИ, 2024. – 30 с. – Текст: электронный

В руководстве рассмотрен пример расчета вала, испытывающего сложное нагружение – изгиб с кручением. Объем и содержание руководства соответствуют учебным программам по сопротивлению материалов и прикладной механике.

Руководство предназначено для студентов по направлению подготовки бакалавров 18.03.02 «Энерго- и ресурсосберегающие процессы химической технологии, нефтехимии и биотехнологии» и 14.03.02 «Ядерная физика и технологии» СТИ НИЯУ МИФИ.

Руководство рассмотрено и одобрено на заседании кафедры МАХАП (протокол №3 от 24.05.2024г.).

Рег. № 9/24 от 29.05.2024 г.

Редактор М. В. Ворожейкина

Содержание

Введение	4
1 Цель расчета	5
2 Данные для расчета вала с применением прямозубой и косозубой передач.....	5
3 Условия расчета	6
4 Расчеты	6
5 Данные для расчета вала с применением прямозубой и ременной передач	14
6 Условия расчета	15
7 Расчеты	15
8 Литература.....	23
Приложение А (обязательное) Варианты расчетных схем с различными передачами.....	24
Приложение Б (обязательное) Исходные данные	29

Введение

Данное руководство предназначено для студентов для студентов, обучающихся по направлению подготовки бакалавров 18.03.02 «Энерго- и ресурсосберегающие процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии» и 14.03.02 «Ядерная физика и технологии» дневной формы обучения при выполнении ими индивидуальной расчетно-графической работы на тему «Расчет вала на изгиб с кручением». Теория вопроса о сложном нагружении вала изложена в учебной литературе [1-4], а также подробно рассматривается в лекционных курсах по сопротивлению материалов и прикладной механике.

В данном руководстве для конкретной расчетной схемы вала дается решение подобной задачи, что облегчит работу студентам как при выполнении расчетов, так и при их оформлении в соответствии с действующими стандартами. Для понимания студентами процесса возникновения и передачи крутящего момента по валу в руководстве дифференцированно рассматриваются варианты с применением прямозубой, косозубой (конической) зубчатой и ременной передач.

1 Цель расчета

1.1 Промежуточный вал редуктора

Для промежуточного вала редуктора требуется:

- а) построить эпюру крутящих моментов;
- б) построить эпюру изгибающих моментов в вертикальной плоскости;
- в) построить эпюру изгибающих моментов в горизонтальной плоскости;
- г) построить эпюру результирующих изгибающих моментов;
- д) выявить опасное сечение вала.

Подобрать требуемый диаметр вала для опасного сечения.

2 Данные для расчета вала с применением прямозубой и косозубой передач

2.1 Данные для расчета

Данные для расчета сведены в таблицу 1.

Таблица 1 – Данные для расчета (линейные размеры в миллиметрах)

$N, \text{ кВт}$	$\omega, \text{ рад/с}$	a	b	l	d_1	d_2
10,8	23,5	40	90	260	145	300

2.2 Схема вала редуктора

Схема вала редуктора представлена на рисунке 1.

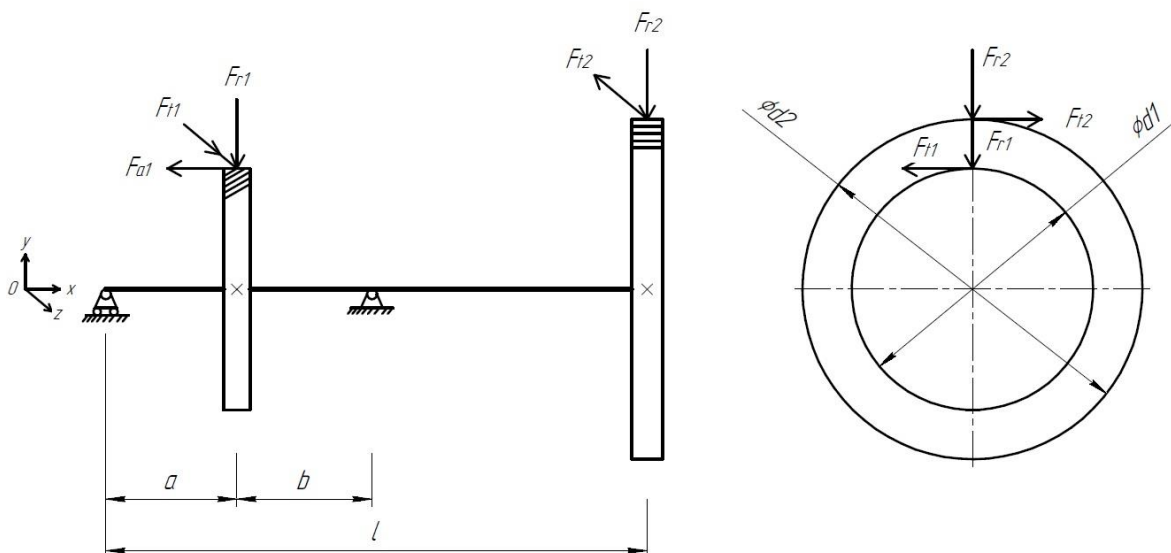


Рисунок 1 – Расчетная схема вала

3 Условия расчета

- 1) Принять значения радиальных (распорных) сил

$$F_r = 0,37F_t. \quad (1)$$

- 2) Принять значения осевых сил

$$F_a = 0,14F_t.$$

- 3) Расчет вести по гипотезе максимальных касательных напряжений [1]:

$$\sigma_{э\kappa\beta} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma]_p. \quad (2)$$

- 4) Допустимое напряжение $[\sigma]_p$ принять равным 80 Н/мм^2 .
5) Вал условно считать, как балку постоянного сечения по длине.
6) Расчет вала провести из условия статической прочности.

4 Расчеты

4.1 Определение крутящего момента, передаваемого валом

Крутящий момент M_K , возникающий в сечениях вала, определяется [2] по формуле:

$$M_K = \frac{N}{\omega}, \quad (3)$$

где N - мощность на валу, Вт;

ω - угловая скорость вращения вала, рад/с.

Тогда по формуле (3)

$$M_K = \frac{10,8 \cdot 10^3}{23,5} = 459,6 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Зная величину M_K и положения крайних сечений скручиваемого участка вала (рисунок 2, а), строится эпюра крутящих моментов (рисунок 2, б).

4.2 Определение окружных усилий в зацеплениях

Окружные усилия F_{t1} и F_{t2} в зацеплениях (см. рисунок 1) определяются, исходя из условия равновесия вала, то есть

$$\sum \text{mom}_{\text{ox}} F_{ti} = 0,$$

тогда

$$F_{t1} \frac{d_1}{2} = F_{t2} \frac{d_2}{2} = M_{\kappa}. \quad (4)$$

Окружное усилие на первом колесе F_{t1} определяется из условия (4):

$$F_{t1} = \frac{2M_{\kappa}}{d_1};$$

$$F_{t1} = \frac{2 \cdot 459,60}{145 \cdot 10^{-3}} = 6,34 \cdot 10^3 \text{ Н}.$$

Окружное усилие F_{t2} на втором колесе определяется из условия (4) как

$$F_{t2} = \frac{2M_{\kappa}}{d_2};$$

$$F_{t2} = \frac{2 \cdot 459,60}{300 \cdot 10^{-3}} = 3,06 \cdot 10^3 \text{ Н}.$$

4.3 Определение радиальных усилий в зацеплениях

Радиальные усилия F_{r1} и F_{r2} в зацеплениях (см. рисунок 1) определяются по зависимости (1).

Тогда радиальное усилие на первом колесе

$$F_{r1} = 0,37F_{t1} = 0,37 \cdot 6,34 \cdot 10^3 = 2,35 \cdot 10^3 \text{ Н}.$$

Радиальное усилие на втором колесе

$$F_{r2} = 0,37F_{t2} = 0,37 \cdot 3,06 \cdot 10^3 = 1,13 \cdot 10^3 \text{ Н}.$$

Осевое усилие в косозубой передаче

$$F_{a1} = 0,14 \cdot F_{t1} = 0,14 \cdot 6,34 \cdot 10^3 = 0,888 \cdot 10^3.$$

Сосредоточенный момент от осевого усилия в косозубой передаче

$$M_{a1} = \frac{F_{a1} \cdot d_1}{2} = \frac{0,888 \cdot 10^3 \cdot 0,145 \cdot 10^{-3}}{2} = 64,38 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

4.4 Построение эпюры изгибающих моментов в вертикальной плоскости

4.4.1 Изгиб вала в вертикальной плоскости

Изгиб вала в вертикальной плоскости вызывается радиальными усилиями F_{r1} , F_{r2} и сосредоточенным моментом M_{a1} . Расчетная схема вала для этого случая представлена на рисунке 2, в. Для построения эпюры изгибающих моментов в плоскости xOy (см. рисунок 1) необходимо определить составляющие реакций подшипников в этой плоскости Y_A и Y_B . Для их определения составляются и решаются уравнения равновесия статики:

$$\sum \text{mom}_A F_{ri} = 0,$$

$$M_{a1} - F_{r1} a - F_{r2} l + Y_B (a + b) = 0,$$

откуда

$$Y_B = \frac{F_{r2} l + F_{r1} a - M}{a + b};$$

$$Y_B = \frac{1,13 \cdot 10^3 \cdot 260 \cdot 10^{-3} + 2,35 \cdot 10^3 \cdot 40 \cdot 10^{-3} - 64,53}{130 \cdot 10^{-3}} = 2,49 \cdot 10^3 \text{ Н};$$

$$\sum \text{mom}_B F_{ri} = 0,$$

$$-Y_A (a + b) + F_{r1} b - F_{r2} [l - (a + b)] + M_{a1} = 0,$$

откуда

$$Y_A = M_{a1} + F_{r1} \cdot b - F_{r2} (l - a - b) / (a + b) =$$

$$= \frac{64,38 \cdot 2,346 \cdot 10^3 \cdot 90 \cdot 10^{-3} - 1,132 \cdot 10^3 \cdot 130 \cdot 10^{-3} - 64,53}{130 \cdot 10^{-3}} = 0,987 \cdot 10^3 \text{ Н};$$

4.4.2 Проверка правильности определения реакций опор

Выполняется проверка правильности определения реакций опор. Для этого составляется уравнение равновесия статики в виде суммы проекций всех сил на ось Oy :

$$\Sigma F_{oy} = 0,$$

$$Y_A - F_{r2} - F_{r1} + Y_B = 0;$$

$$0,987 \cdot 10^3 - 2,346 \cdot 10^3 - 1,132 \cdot 10^3 + 2,491 \cdot 10^3 = 0;$$

$$3,478 \equiv 3,478$$

Таким образом, реакции опор определены, верно.

4.4.3 Определение изгибающих моментов

Определяются значения изгибающих моментов в вертикальной плоскости в характерных сечениях A, B, C и D :

$$M_{zA} = M_{zD} = 0.$$

$$M_{zC}(\text{слева}) = Y_A \cdot a;$$

или

$$M_{zC} = 0,987 \cdot 10^3 \cdot 40 \cdot 10^{-3} = + 39,48 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$\begin{aligned} M_{zC}(\text{справа}) &= Y_b \cdot b - F_{r2} \cdot (1 - a) = \\ &= 2,491 \cdot 10^3 \cdot 90 \cdot 10^{-3} - 1,132 \cdot 10^3 \cdot 220 \cdot 10^{-3} = -24,9 \text{ Н} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

$$M_{zB} = -F_{r2} \cdot (1 - a - b) = -1,132 \cdot 10^3 \cdot 130 \cdot 10^{-3} = -147,16 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

4.5 Построение эпюры изгибающих моментов в горизонтальной плоскости

4.5.1 Изгиб вала в горизонтальной плоскости

Изгиб вала в горизонтальной плоскости вызывается усилиями F_{t1} и F_{t2} . Для удобства построения эпюры изгибающих моментов горизонтальная плоскость xOz совмещается с вертикальной xOy согласно правилам проецирования.

Из уравнений равновесия статики определяются составляющие реакций опор в горизонтальной плоскости Z_A и Z_B (рисунок 2, д):

$$\Sigma \text{mom}_A F_{ti} = 0,$$

$$-F_{t1}a + F_{t2}l - Z_B(a + b) = 0,$$

отсюда

$$Z_B = \frac{-F_{t1}a + F_{t2}l}{a + b};$$

$$Z_B = \frac{-6,34 \cdot 10^3 \cdot 40 \cdot 10^{-3} + 3,064 \cdot 10^3 \cdot 260 \cdot 10^{-3}}{130 \cdot 10^{-3}} = 4,177 \cdot 10^3 H;$$

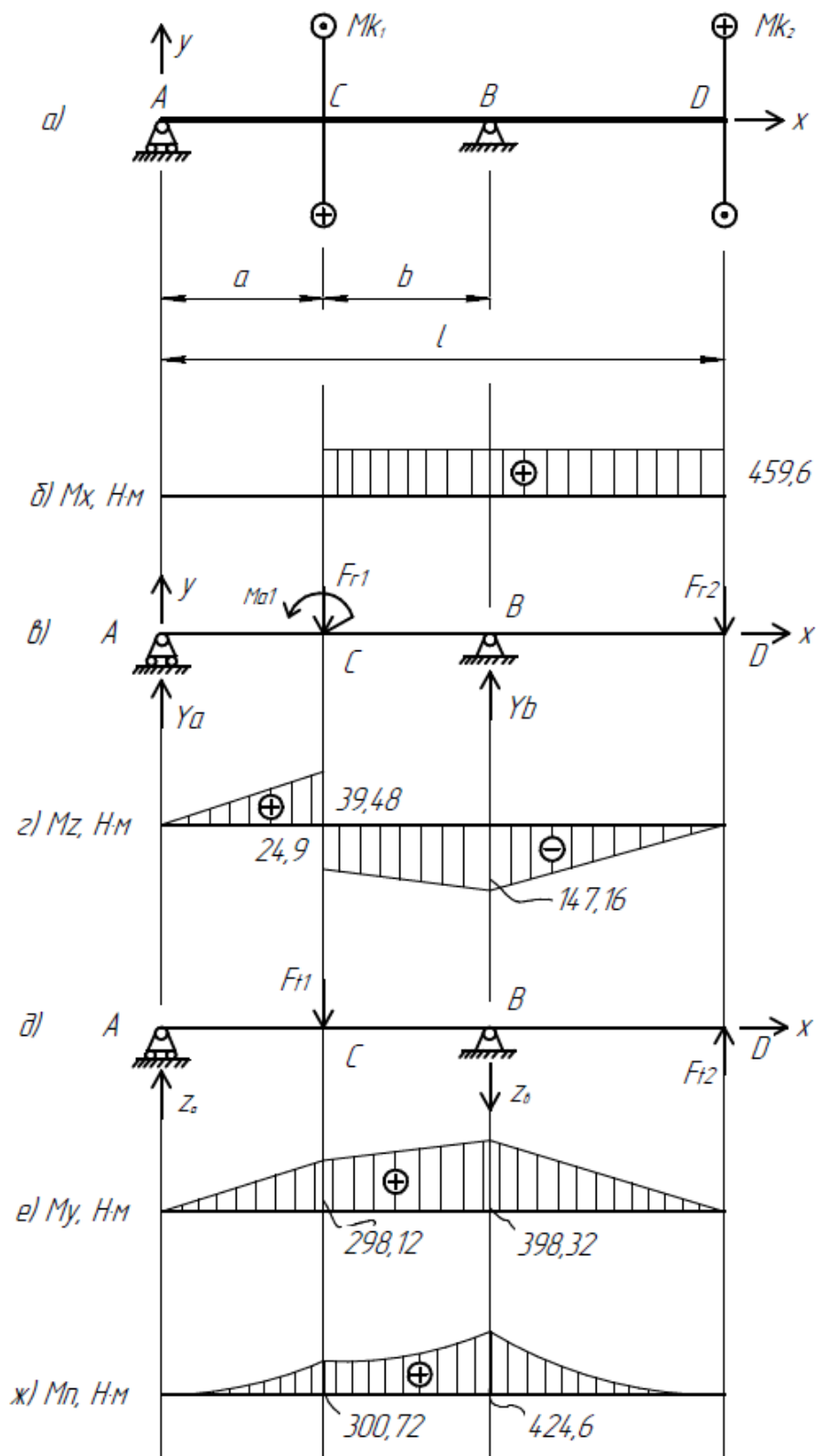
$$\Sigma \text{mom}_B F_{ri} = 0,$$

$$-Z_A(a + b) + F_{t1}b + F_{t2}[l - (a + b)] = 0,$$

тогда

$$Z_A = \frac{F_{t1}b + F_{t2}[l - (a + b)]}{a + b};$$

$$Z_A = \frac{6,34 \cdot 10^3 \cdot 90 \cdot 10^{-3} + 3,064 \cdot 10^3 \cdot 130 \cdot 10^{-3}}{130 \cdot 10^{-3}} = 7,453 \cdot 10^3 H.$$



а – расчетная схема кручения вала; б – эпюра крутящих моментов; в – расчетная схема изгиба вала в плоскости xOy; г – эпюра изгибающих моментов M_z ; д – расчетная схема изгиба вала в плоскости xOz; е – эпюра изгибающих моментов M_y ; ж – эпюра результирующих изгибающих моментов.

Рисунок 2 – Изгиб с кручением вала редуктора

4.5.2 Проверка правильности реакций

Для проверки правильности определения реакций составляется уравнение проекций всех сил на ось Oz :

$$\Sigma F_{oz} = 0,$$

$$F_{t1} + Z_b = F_{t2} + Z_a;$$

$$6,34 \cdot 10^3 + 4,177 \cdot 10^3 = 3,064 \cdot 10^3 + 7,453 \cdot 10^3$$

Следовательно, реакции Z_A и Z_B определены правильно.

4.5.3 Определение значения изгибающих моментов

Определим значения изгибающих моментов в характерных сечениях A, B, C и D в горизонтальной плоскости:

$$M_{yA} = M_{yD} = 0.$$

$$M_{yC} = Z_A \cdot a;$$

$$M_{yC} = 7,453 \cdot 10^3 \cdot 40 \cdot 10^{-3} = 298,12 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$M_{yB} = F [l - (a + b)];$$

$$M_{yD} = 3,064 \cdot 10^3 \cdot 130 \cdot 10^{-3} = 398,32 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

4.6 Построение эпюры результирующих изгибающих моментов

Для построения эпюры результирующих изгибающих моментов (рисунок 2, ж) используется зависимость [3]

$$M_u = \sqrt{M_z^2 + M_y^2}, \quad (5)$$

где M_u - результирующий изгибающий момент в рассматриваемом сечении;

M_z - изгибающий момент в том же сечении в вертикальной плоскости;

M_y - изгибающий момент в том же сечении в горизонтальной плоскости.

По формуле (5) определяются значения результирующих изгибающих моментов в характерных сечениях A, B, C и D вала:

$$M_{uA} = M_{uD} = 0;$$

$$M_{uC} = \sqrt{M_{zC}^2 + M_{yC}^2};$$

$$M_{uC} = \sqrt{39,48^2 + 298,12^2} = 300,72 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$M_{uB} = \sqrt{M_{zB}^2 + M_{yB}^2};$$

$$M_{uB} = \sqrt{(-147,16)^2 + 398,32^2} = 424,64 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

По полученным данным строится эпюра результирующих изгибающих моментов (см. рисунок 2, ж). Из анализа эпюр M_K и M_u видно, что опасным сечением вала является сечение D .

4.7 Определение диаметра вала

Диаметр вала определяется по гипотезе максимальных касательных напряжений (2), которая для изгиба с кручением приводится к виду [1]:

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{M_{\text{прив}}}{W} \leq [\sigma]_p, \quad (6)$$

где $\sigma_{\text{экв}}$ - эквивалентное напряжение при сложном напряженном состоянии;

W - осевой момент сопротивления сечения. Для круглого поперечно-

$$\text{го сечения } W = \frac{\pi d^3}{32};$$

$[\sigma]_p$ - допускаемое напряжение для материала вала при одноосном растяжении, $[\sigma]_p = 80 \text{ Н/мм}^2$ (п. 3.3);

$M_{\text{прив}}$ - приведенный момент, который по гипотезе наибольших касательных напряжений равен

$$M_{прив} = \sqrt{M_u^2 + M_k^2}.$$

В опасном сечении D приведенный момент равен

$$M_{прив} = \sqrt{424,64^2 + 459,60^2} = 626 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

На основании условия прочности (6) расчетная формула запишется следующим образом:

$$W \geq \frac{M_{прив}}{[\sigma]_p}. \quad (7)$$

После подстановки выражения осевого момента сопротивления сечения для круга в неравенство (7) получим расчетную формулу для определения диаметра вала

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32M_{прив}}{\pi[\sigma]_p}}. \quad (8)$$

Для опасного сечения D рассчитываемого вала по формуле (8) определяется диаметр

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 626}{3,14 \cdot 80 \cdot 10^6}} = 4,3 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

Округляя до ближайшего большего значения по стандарту (4), принимается диаметр вала $d = 45 \text{ мм}$.

В результате расчета промежуточного вала редуктора получено значение диаметра в опасном сечении вала, равное 45 мм, удовлетворяющее условию прочности при изгибе с кручением по гипотезе максимальных касательных напряжений.

5 Данные для расчета вала с применением прямозубой и ременной передач

5.1 Данные для расчета

Данные для расчета сведены в таблицу 2.

Таблица 2 – Данные для расчета

Линейные размеры в миллиметрах

$N, \text{ кВт}$	$\omega, \text{ рад/с}$	a	b	l	d_1	d_2	α
9,0	30	60	90	200	200	150	60

Схема вала редуктора представлена на рисунке 1.

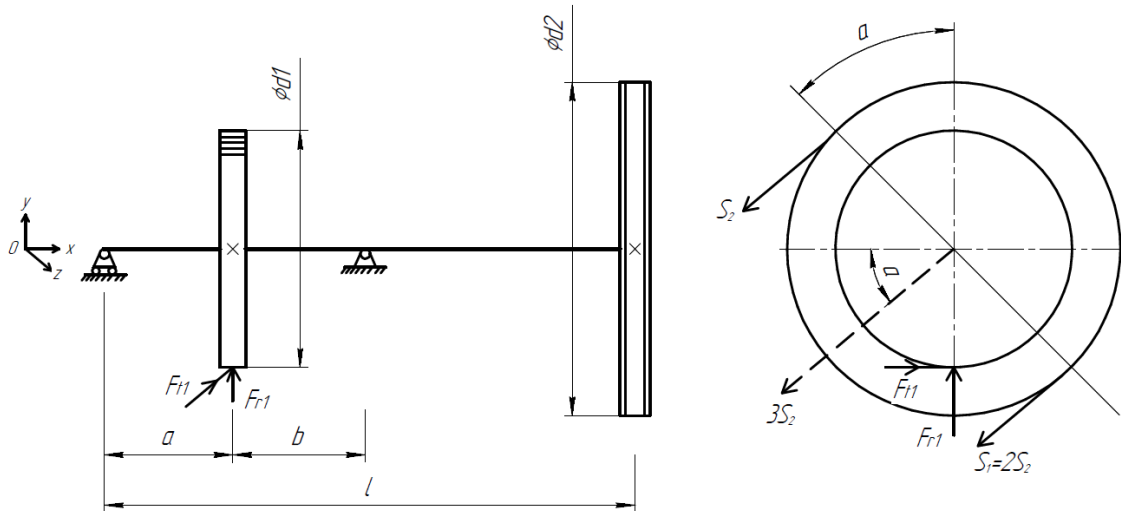


Рисунок 3 – Расчетная схема вала

6 Условия расчета

1) Принять значения радиальных (распорных) сил в прямозубой передаче

$$F_r = 0,37F_t. \quad (9)$$

2) Принять соотношение, связывающее усилия в ведущей и ведомой ветвях ременной передачи

$$S_1 = 2S_2.$$

3) Расчет вести по гипотезе максимальных касательных напряжений [1]:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma]_p. \quad (10)$$

4) Допустимое напряжение $[\sigma]_p$ принять равным 80 Н/мм^2 .

5) Вал условно считать, как балку постоянного сечения по длине.

6) Расчет вала провести из условия статической прочности.

7 Расчеты

7.1 Определение крутящего момента, передаваемого валом

Крутящий момент M_K , возникающий в сечениях вала, определяется [2] по формуле:

$$M_K = \frac{N}{\omega}, \quad (11)$$

где N - мощность на валу, Вт;

ω - угловая скорость вращения вала, рад/с.

Тогда по формуле (3)

$$M_K = \frac{9 \cdot 10^3}{30} = 300 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Зная величину M_K и положения крайних сечений скручиваемого участка вала (рисунок 2, а), строится эпюра крутящих моментов (рисунок 2, б).

7.2 Определение окружного усилия в прямозубом зацеплении и усилия в ведомой ветви ременной передачи

Окружное усилие F_{t1} в прямозубом зацеплении и усилие в ведомой ветви ременной передачи S_2 (см. рисунок 1) определяются, исходя из условия равновесия вала, то есть

$$\sum m_{\text{оx}} F_{ti} = 0,$$

тогда

$$F_{t1} \frac{d_1}{2} = S_2 \frac{d_2}{2} = M_K. \quad (12)$$

7.2.1 Окружное усилие на колесе F_{t1}

Окружное усилие на колесе F_{t1} определяется из условия (4):

$$F_{t1} = \frac{2M_K}{d_1};$$

$$F_{t1} = \frac{2 \cdot 300}{200 \cdot 10^{-3}} = 3,0 \cdot 10^3 \text{ Н}.$$

7.3 Определение радиальных усилий в передачах

Радиальное усилие F_{r1} в прямозубой передаче (см. рисунок 3) определяются по зависимости (12).

Тогда радиальное усилие на колесе

$$F_{r1} = 0,37F_{t1} = 0,37 \cdot 3,0 \cdot 10^3 = 1,110 \cdot 10^3 \text{ Н.}$$

Суммарное усилие, действующее на вал в месте расположения шкива ременной передачи, составит $3S_2$ (см. рисунок 3).

Тогда горизонтальное радиальное усилие в месте расположения шкива ременной передачи будет равно

$$3S_2 \cdot \cos\alpha = 3 \cdot 4 \cdot 10^3 \cdot 0,5 = 6 \cdot 10^3 \text{ Н.}$$

Вертикальное радиальное усилие в месте расположения шкива ременной передачи будет равно

$$3S_2 \cdot \sin\alpha = 3 \cdot 4 \cdot 10^3 \cdot 0,866 = 10,392 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

7.4 Построение эпюры изгибающих моментов в вертикальной плоскости

7.4.1 Изгиб вала в вертикальной плоскости

Изгиб вала в вертикальной плоскости вызывается радиальными усилиями F_{r1} и $3S_2 \cdot \sin\alpha$.

Расчетная схема вала для этого случая представлена на рисунке 3, в. Для построения эпюры изгибающих моментов в плоскости xOy (см. рисунок 4) необходимо определить составляющие реакций подшипников в этой плоскости Y_A и Y_B . Для их определения составляются и решаются уравнения равновесия статики:

$$\sum \text{mom}_A F_{ri} = 0,$$

$$F_{r1} a - 3S_2 \cdot \sin\alpha \cdot l + Y_B (a + b) = 0,$$

откуда

$$Y_B = \frac{-F_{r1} \cdot a + 3S_2 \cdot \sin\alpha \cdot l}{a + b}.$$

$$Y_B = \frac{-1,110 \cdot 10^3 \cdot 60 \cdot 10^{-3} + 10,392 \cdot 10^3 \cdot 200 \cdot 10^{-3}}{(60 + 90) \cdot 10^{-3}} = 13,412 \cdot 10^3 \text{ Н;}$$

$$+Y_A(a + e) - F_{r_1}e - 3S_2 \cdot \sin\alpha [l - (a + b)] = 0,$$

откуда

$$Y_A = \frac{F_{r_1}e - [l - (a + b)] \cdot 3S_2 \cdot \sin\alpha}{a + e};$$

$$Y_A = \frac{1,110 \cdot 10^3 \cdot 90 \cdot 10^{-3} + 10,392 \cdot 10^3 \cdot 50 \cdot 10^{-3}}{150 \cdot 10^{-3}} = 4,130 \cdot 10^3 H.$$

7.4.2 Проверка правильности определения реакций опор

Для проверки правильности определения реакций опор составляется уравнение равновесия статики в виде суммы проекций всех сил на ось Oy :

$$\Sigma F_{oy} = 0,$$

$$-Y_A + F_{r_2} - 3S_2 \cdot \sin\alpha + Y_B = 0;$$

$$-4,130 \cdot 10^3 + 1,110 \cdot 10^3 - 10,392 \cdot 10^3 + 13,412 \cdot 10^3 = 0;$$

$$14,522 \equiv 14,522$$

Таким образом, реакции опор определены, верно.

7.4.3 Определение значений изгибающих моментов

Определяются значения изгибающих моментов в вертикальной плоскости в характерных сечениях A, B, C и D :

$$M_{za} = M_{zd} = 0.$$

$$M_{zC} = Y_A \cdot a;$$

или

$$M_{zC} = 4,130 \cdot 10^3 \cdot 60 \cdot 10^{-3} = 247,8 H \cdot m.$$

$$M_{zb} = 3S_2 \cdot \sin\alpha [l - (a + b)];$$

$$M_{zb} = 10,392 \cdot 10^3 \cdot 50 \cdot 10^{-3} = 319,60 H \cdot m.$$

По результатам расчета строится эпюра изгибающих моментов в вертикальной плоскости (рисунок 4, г).

7.5 Построение эпюры изгибающих моментов в горизонтальной плоскости

7.5.1 Изгиб вала в горизонтальной плоскости

Изгиб вала в горизонтальной плоскости вызывается усилиями F_{t1} и $3S_2 \cdot \cos\alpha$. Для удобства построения эпюры изгибающих моментов горизонтальная плоскость xOz совмещается с вертикальной xOy согласно правилам проецирования.

Из уравнений равновесия статики определяются составляющие реакций опор в горизонтальной плоскости Z_A и Z_B (рисунок 4, д):

$$\Sigma \text{mom}_A F_{ti} = 0,$$

$$F_{t1}a - 3S_2 \cdot \cos\alpha \cdot l + Z_B(a + b) = 0,$$

отсюда

$$Z_B = \frac{-F_{t1}a + 3S_2 \cdot \cos\alpha \cdot l}{(a + b)};$$

$$Z_B = \frac{-3,0 \cdot 10^3 \cdot 60 \cdot 10^{-3} + 6,0 \cdot 10^3 \cdot 200 \cdot 10^{-3}}{150 \cdot 10^{-3}} = 6,80 \cdot 10^3 H;$$

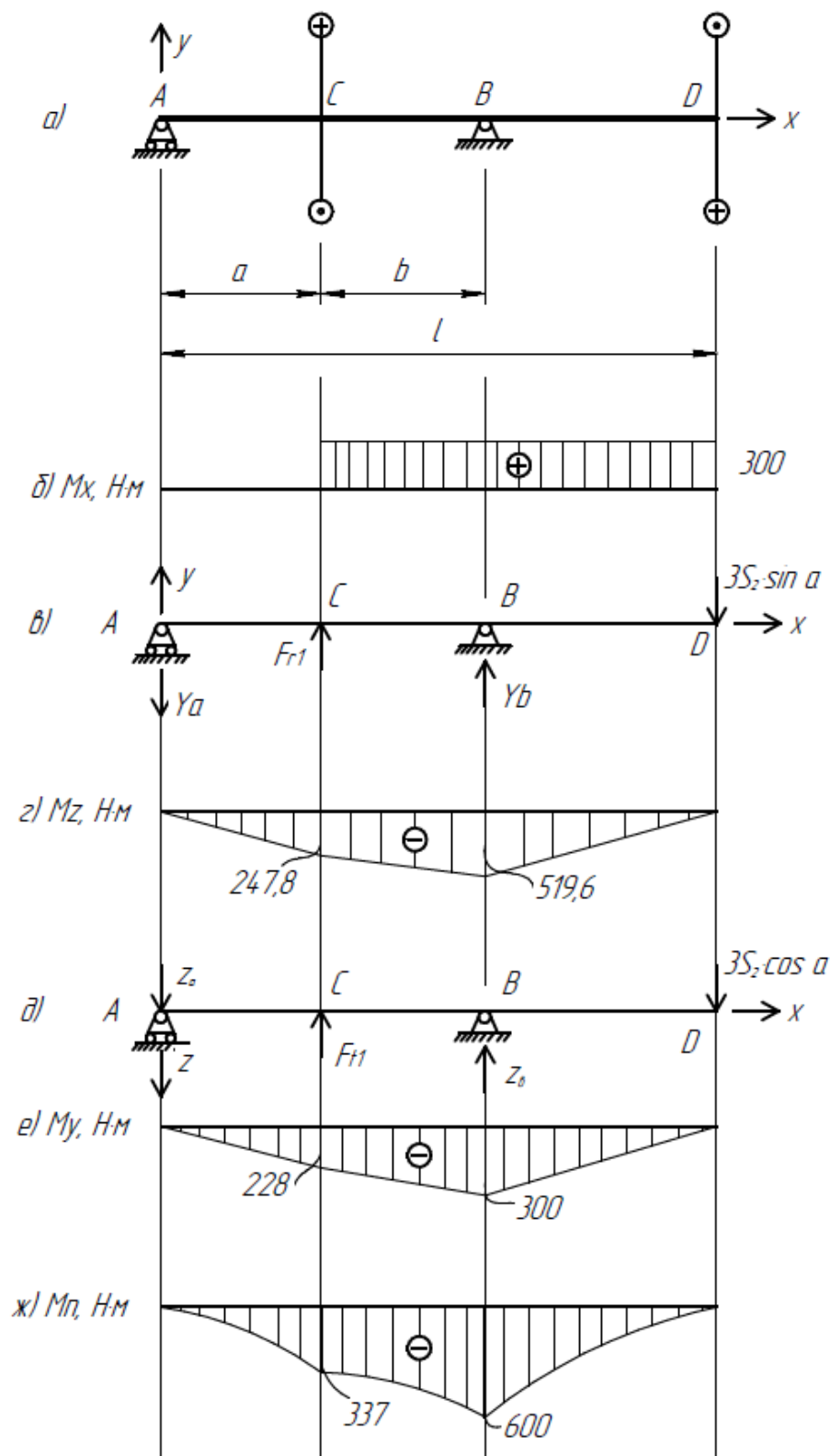
$$\Sigma \text{mom}_B F_{ti} = 0,$$

$$Z_A(a + b) - F_{t1}b - 3S_2 \cdot \cos\alpha[l - (a + b)] = 0,$$

тогда

$$Z_A = \frac{F_{t1}b + 3S_2 \cdot \cos\alpha[l - (a + b)]}{a + b};$$

$$Z_A = \frac{3,0 \cdot 10^3 \cdot 90 \cdot 10^{-3} + 6,0 \cdot 10^3 \cdot 50 \cdot 10^{-3}}{150 \cdot 10^{-3}} = 3,80 \cdot 10^3 H.$$



а – расчетная схема кручения вала; б – эпюры крутящих моментов; в – расчетная схема изгиба вала в плоскости xOy ; г – эпюры изгибающих моментов M_z ; д – расчетная схема изгиба вала в плоскости xOz ; е – эпюры изгибающих моментов M_y ; ж – эпюра результирующих изгибающих моментов

Рисунок 4 – Изгиб с кручением вала редуктора

7.5.2 Проверка правильности определения реакций

Для проверки правильности определения реакций составляется уравнение проекций всех сил на ось Oz :

$$\Sigma F_{Oz} = 0,$$

$$F_{t1} + Z_B = 3S_2 \cdot \cos\alpha + Z_A;$$

$$3,0 \cdot 10^3 + 6,8 \cdot 10^3 = 6,0 \cdot 10^3 + 3,8 \cdot 10^3$$

Следовательно, реакции Z_A и Z_B определены правильно.

7.5.3 Определение значений изгибающих моментов

Определяются значения изгибающих моментов в характерных сечениях A, B, C и D в горизонтальной плоскости:

$$M_{yA} = M_{yB} = 0.$$

$$M_{yC} = Z_A \cdot a;$$

$$M_{yC} = -3,8 \cdot 10^3 \cdot 60 \cdot 10^{-3} = -288 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$M_{yB} = -3S_2 \cdot \cos\alpha[l - (a + b)];$$

$$M_{yD} = -6 \cdot 10^3 \cdot 50 \cdot 10^{-3} = -300 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

7.6 Построение эпюры результирующих изгибающих моментов

Для построения эпюры результирующих изгибающих моментов (рисунк 4, ж) используется зависимость [3]

$$M_u = \sqrt{M_z^2 + M_y^2}, \quad (13)$$

где M_u - результирующий изгибающий момент в рассматриваемом сечении;

M_z - изгибающий момент в том же сечении в вертикальной плоскости;

M_y - изгибающий момент в том же сечении в горизонтальной плоскости.

По формуле (13) определяются значения результирующих изгибающих моментов в характерных сечениях A, B, C и D вала:

$$M_{uA} = M_{uB} = 0.$$

$$M_{uC} = \sqrt{M_{zC}^2 + M_{yC}^2}$$

$$M_{uC} = \sqrt{247,8^2 + 288^2} = 337 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$M_{uB} = \sqrt{M_{zB}^2 + M_{yB}^2};$$

$$M_{uB} = \sqrt{519,6^2 + 300^2} = 600 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

По полученным данным строится эпюра результирующих изгибающих моментов (см. рисунок 4, ж). Из анализа эпюр M_y и M_u видно, что опасным сечением вала является сечение B .

7.7 Определение диаметра вала

Диаметр вала определяется по гипотезе максимальных касательных напряжений (2), которая для изгиба с кручением приводится к виду [1]:

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{M_{\text{прив}}}{W} \leq [\sigma]_p, \quad (14)$$

где $\sigma_{\text{экв}}$ – эквивалентное напряжение при сложном напряженном состоянии;

$M_{\text{прив}}$ – приведенный момент, который по гипотезе наибольших касательных напряжений равен

$$M_{\text{прив}} = \sqrt{M_u^2 + M_k^2}.$$

В опасном сечении D приведенный момент равен

$$M_{\text{прив}} = \sqrt{600^2 + 300^2} = 671 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

На основании условия прочности (6) расчетная формула запишется следующим образом:

$$W \geq \frac{M_{прив}}{[\sigma]_p}. \quad (15)$$

где W – осевой момент сопротивления сечения. Для круглого поперечного

$$\text{сечения } W = \frac{\pi d^3}{32};$$

$[\sigma]_p$ – допускаемое напряжение для материала вала при одноосном растяжении, $[\sigma]_p = 80 \text{ Н/мм}^2$ (п. 3.3).

После подстановки выражения осевого момента сопротивления сечения для круга в неравенство (15) получим расчетную формулу для определения диаметра вала

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32M_{прив}}{\pi[\sigma]_p}} \quad (16)$$

Для опасного сечения D рассчитываемого вала по формуле (16) определяется диаметр

$$d > \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 671}{3,14 \cdot 80 \cdot 10^6}} = 4,4 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

Округляя до ближайшего большего значения по стандарту (4), принимается диаметр вала $d=45 \text{ мм}$.

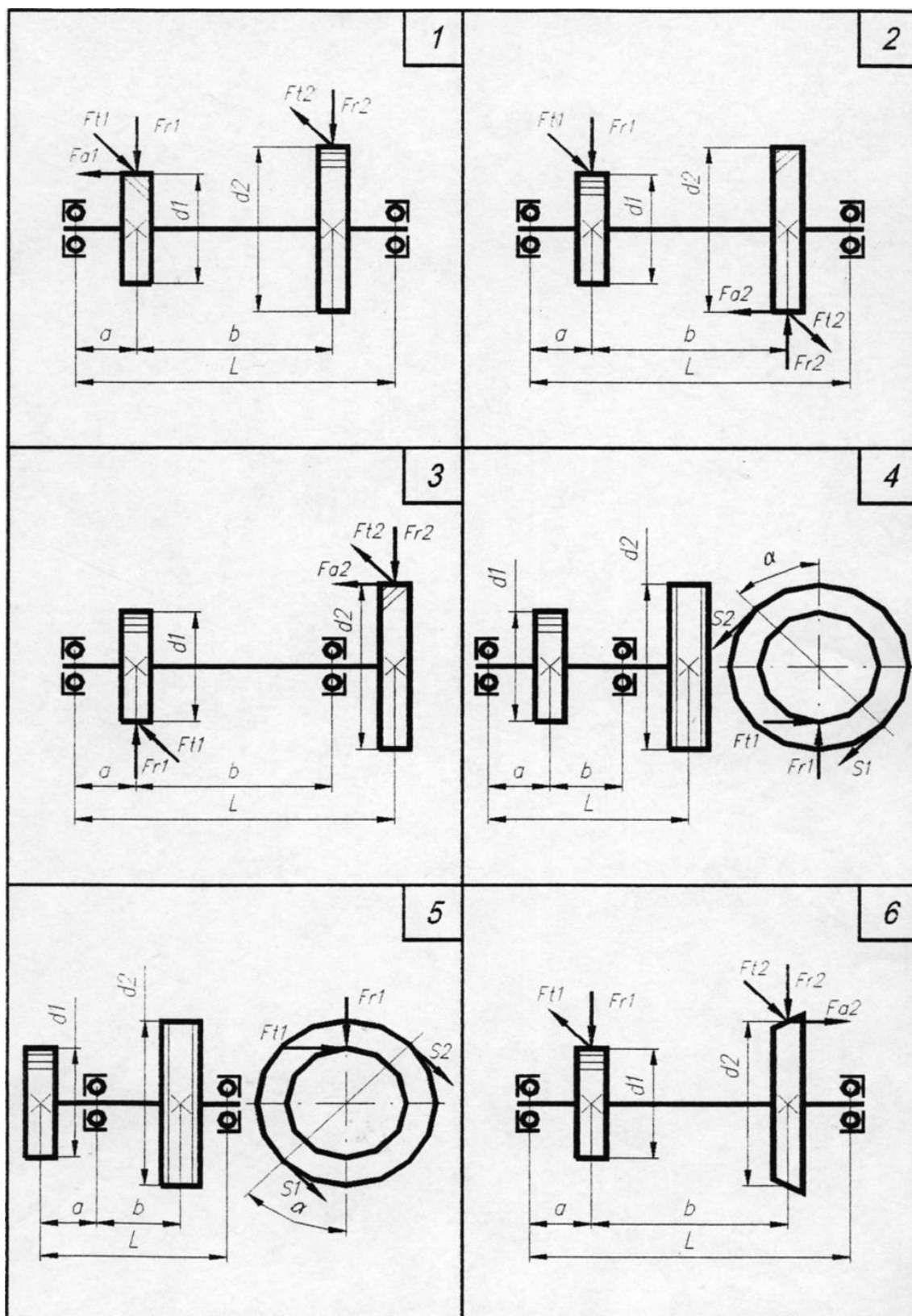
В результате расчета промежуточного вала редуктора получено значение диаметра в опасном сечении вала, равное 45 мм, удовлетворяющее условию прочности при изгибе с кручением по гипотезе максимальных касательных напряжений.

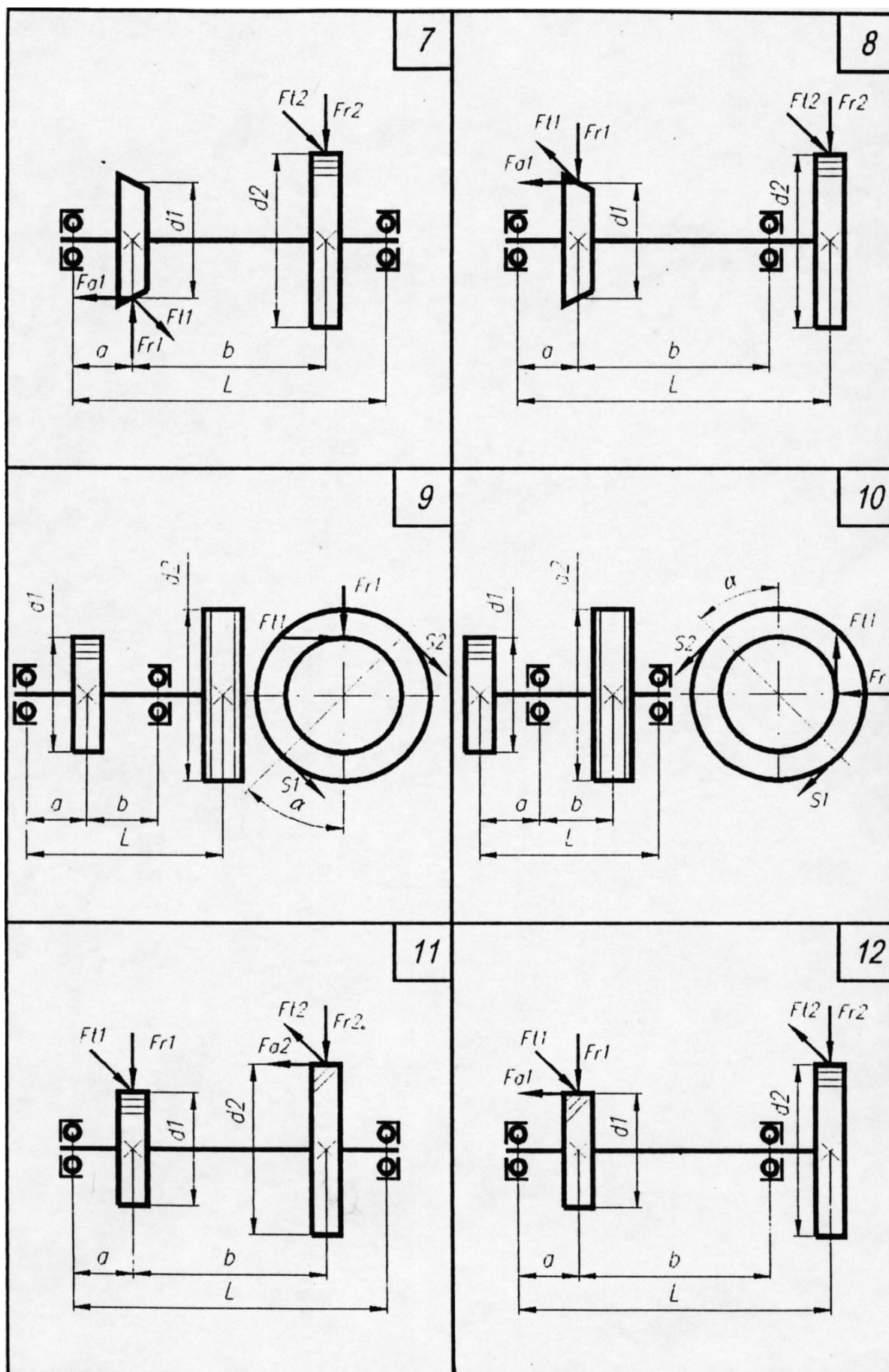
8 Рекомендованная литература

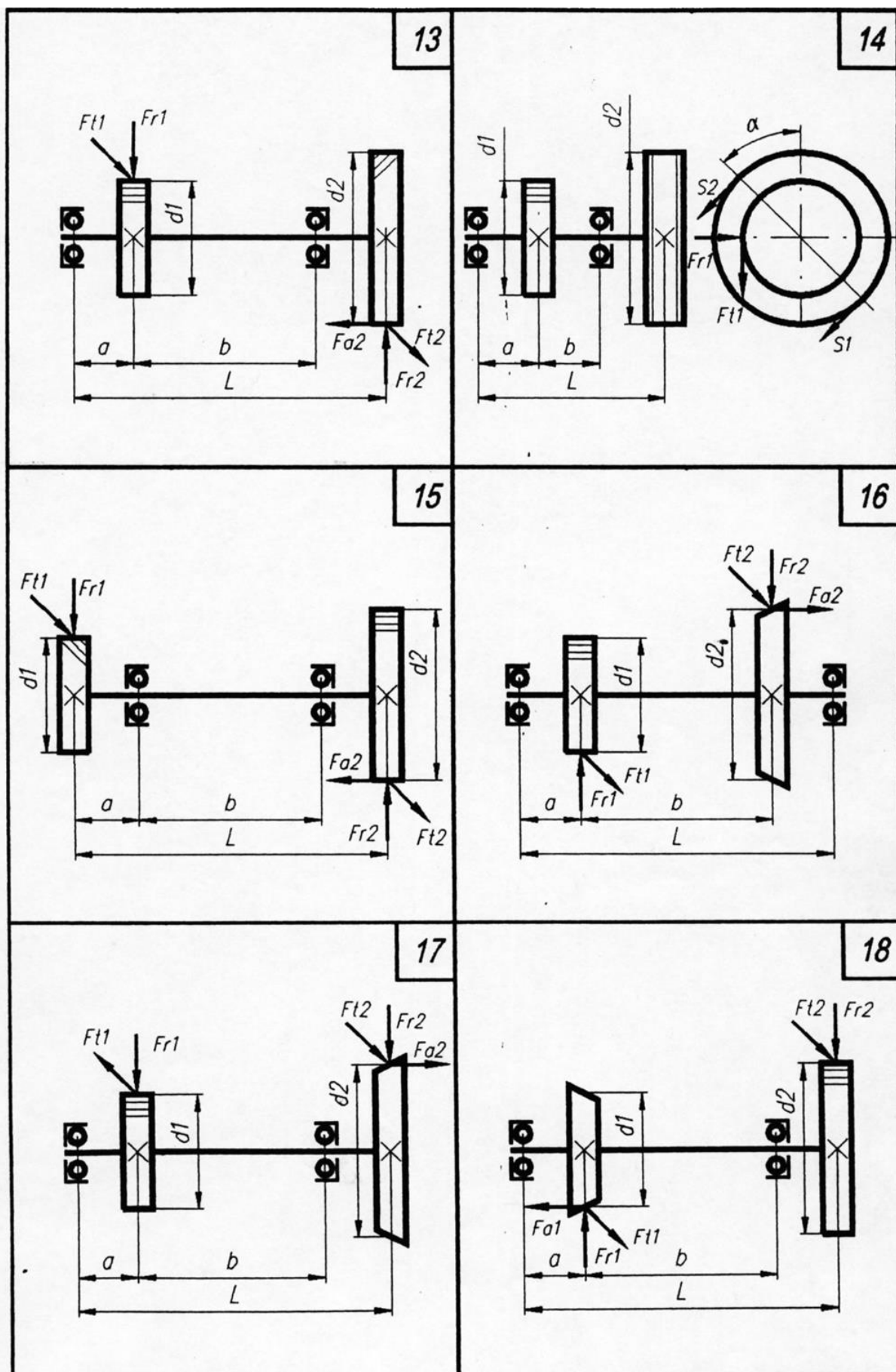
- 1 Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. –М.: Высшая школа, 1986. –512с.
- 2 Писаренко Г.С. и др. Справочник по сопротивлению материалов. –Киев: Наукова думка, 1988. –735с.
- 3 Беляев Н.М. Сопротивление материалов. –М.: Наука, 1976. –608с.
- 4 ГОСТ 6636-69. Нормальные линейные размеры.

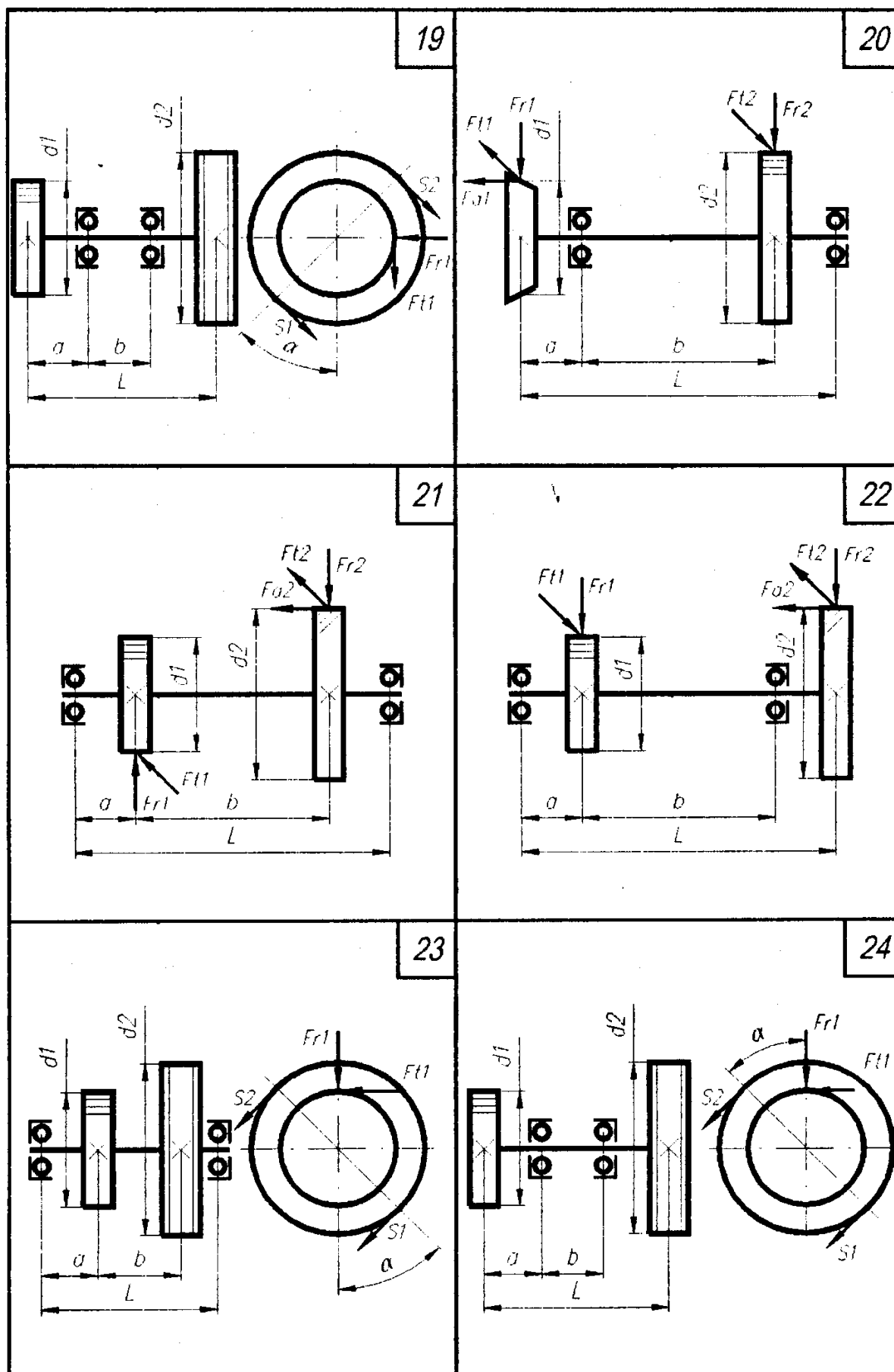
Приложение А (обязательное)

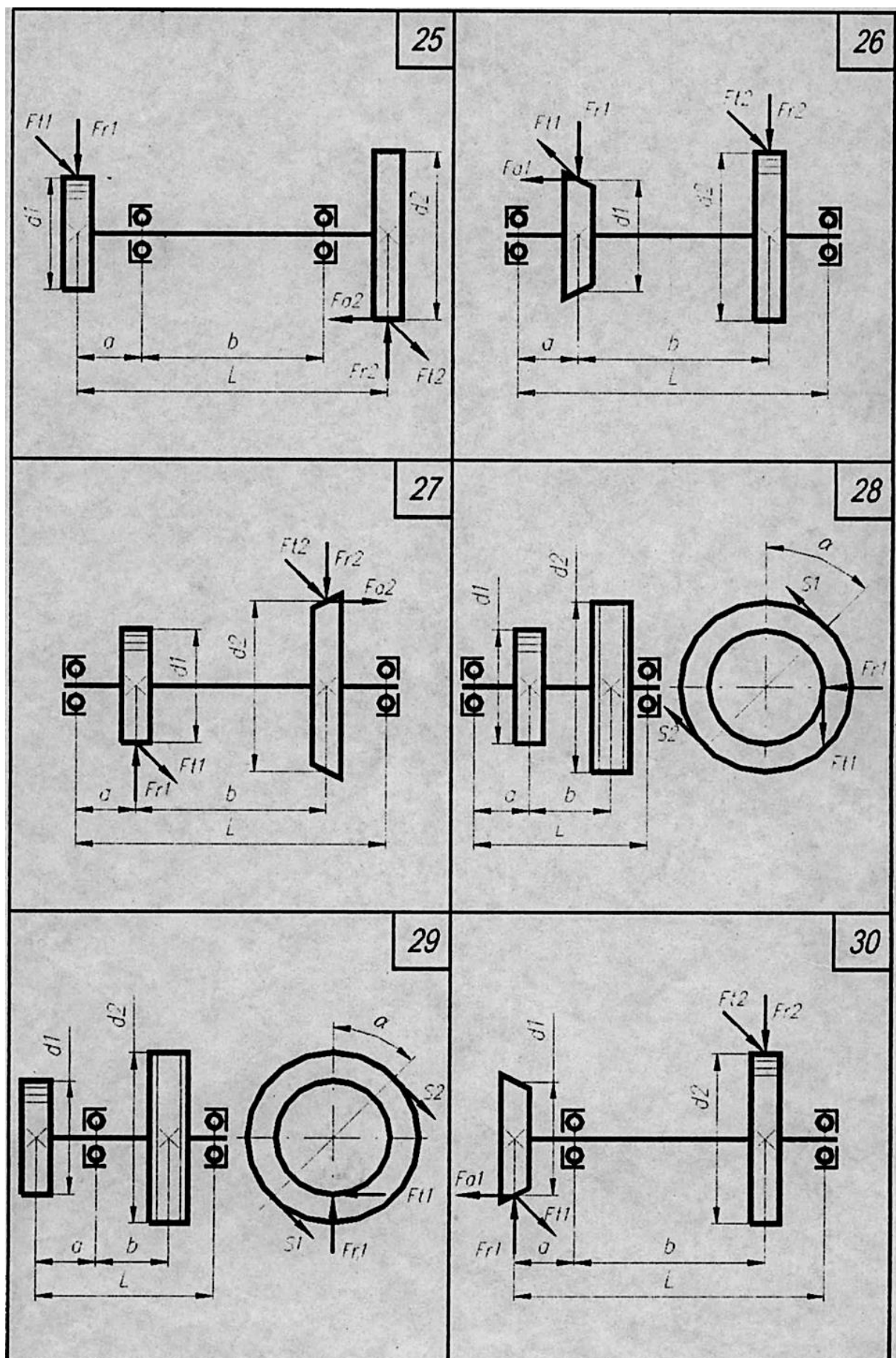
Варианты расчетных схем валов с различными передачами











Приложение Б

Таблица Б.1 – Исходные данные

Величина	Вар.	Номер схемы														
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
<i>N</i>, кВт	1	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0	9,0	8,0	7,0	9,0	9,5	9,3	10,8	11,7	10,5	7,5
	2	7,2	8,2	8,6	9,6	11,0	8,2	7,4	6,7	8,7	9,2	9,8	10,7	11,5	10,2	7,2
	3	7,8	8,5	9,5	10,5	10,8	9,6	8,5	6,5	7,8	8,5	9,5	10,5	10,8	9,6	8,5
	4	8,7	9,2	9,8	10,7	11,5	10,2	7,2	6,2	7,2	8,2	8,6	9,6	11,0	8,2	7,4
<i>ω</i>, рад/с	1	22,0	24,0	26,0	28,5	30,0	32,5	31,5	28,5	22,0	22,5	23,0	23,5	24,0	24,0	26,0
	2	22,5	24,5	26,5	28,0	31,5	32,0	30,5	28,0	24,0	24,5	25,0	25,5	26,0	23,5	25,5
	3	23,0	25,0	27,0	29,0	32,0	31,5	30,0	27,5	26,0	26,5	27,0	27,5	28,0	23,0	25,0
	4	23,5	25,5	27,5	29,5	33,0	31,0	29,5	27,0	28,5	28,0	29,0	29,5	30,0	22,5	24,5
<i>a</i>·10⁻³, м	1	55	55	55	55	55	45	55	65	50	40	50	40	50	50	75
	2	60	50	60	50	60	55	60	60	70	50	60	50	60	45	70
	3	65	45	65	45	65	50	65	55	65	45	65	45	65	50	65
	4	60	50	60	50	60	45	70	50	60	50	60	50	60	55	60
<i>b</i>·10⁻³, м	1	80	100	100	80	90	110	90	105	95	90	80	90	110	90	110
	2	85	105	95	75	95	105	95	110	90	105	85	85	105	95	105
	3	95	110	90	80	100	100	100	90	95	110	90	80	100	100	100
	4	90	105	85	85	105	95	105	95	85	105	95	75	95	105	95
<i>l</i>·10⁻³, м	1	240	260	260	240	260	255	260	260	240	250	260	260	250	240	260
	2	245	265	255	235	265	250	265	255	235	245	265	275	245	235	275
	3	250	270	250	230	270	245	270	250	230	250	270	270	250	230	270
	4	255	275	245	235	275	240	265	245	235	255	260	265	255	235	265
<i>d</i>₁ · 10³, м	1	130	150	135	145	145	135	145	135	145	135	145	145	140	150	130
	2	135	155	130	150	140	140	140	140	140	140	140	150	135	155	135
	3	140	155	135	155	135	145	135	145	135	145	135	155	130	150	140
	4	145	145	140	150	150	150	130	150	130	150	130	150	135	145	145
<i>d</i>₂ · 10³, м	1	265	285	305	315	295	275	295	310	280	300	320	300	280	290	310
	2	270	290	310	310	290	280	300	305	275	295	315	305	285	285	305
	3	275	295	315	305	285	285	305	300	270	290	310	310	290	280	300
	4	280	300	320	300	280	290	310	295	265	285	305	315	295	275	295
<i>α</i>, град	1	-	-	-	10	300	-	-	-	45	180	-	-	-	30	-
	2	-	-	-	30	45	-	-	-	60	90	-	-	-	45	-
	3	-	-	-	45	60	-	-	-	90	60	-	-	-	60	-
	4	-	-	-	60	90	-	-	-	180	45	-	-	-	90	-

Величина	Вар.	Номер схемы														
		16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$N, кВт$	1	6,0	7,0	9,0	8,0	9,0	10,5	8,7	10,2	7,8	9,6	7,2	10,8	6,0	8,0	10,5
	2	6,2	7,2	8,2	8,6	9,5	7,5	9,2	7,2	8,5	8,5	8,2	9,6	7,0	6,0	9,0
	3	6,5	7,8	8,5	9,5	9,3	6,0	9,8	6,2	9,5	6,5	8,5	8,5	8,0	9,0	11,5
	4	6,7	8,7	9,2	9,8	10,8	7,0	10,7	8,6	10,5	7,8	9,5	6,5	9,0	8,0	10,0
$\omega, рад/с$	1	28,0	30,0	33,5	31,5	29,0	26,5	30,0	31,5	32,0	33,0	33,5	22,0	28,0	31,0	33,5
	2	27,0	29,5	30,0	31,0	29,5	27,0	28,5	28,0	29,0	29,5	30,0	22,5	28,5	30,5	31,5
	3	27,5	29,0	33,0	31,5	30,0	27,5	26,0	26,5	27,0	27,5	28,0	23,0	29,0	29,0	29,5
	4	26,5	28,0	32,0	32,0	30,5	28,0	24,0	24,5	25,0	25,5	26,0	23,5	29,5	29,5	27,5
$a \cdot 10^{-3}, м$	1	50	70	65	60	45	75	45	50	40	50	70	45	75	30	50
	2	40	50	45	50	50	70	50	60	45	55	50	55	45	35	55
	3	50	60	65	60	55	65	55	45	50	60	60	50	55	40	60
	4	40	50	45	50	60	60	60	70	55	65	50	45	40	45	65
$b \cdot 10^{-3}, м$	1	90	80	110	85	105	95	100	90	95	95	90	80	100	80	90
	2	95	100	90	105	95	110	100	105	105	90	110	105	95	95	110
	3	90	100	105	95	110	90	90	85	95	80	90	90	80	100	95
	4	110	80	95	75	90	80	95	95	85	90	80	85	85	95	105
$l \cdot 10^{-3}, м$	1	245	270	250	245	260	240	255	250	245	255	240	260	270	245	260
	2	240	265	245	235	255	260	260	270	270	275	265	260	245	250	240
	3	245	270	250	230	250	260	260	230	250	245	245	250	270	270	250
	4	250	265	255	235	245	240	240	250	250	235	235	240	250	245	260
$d_1 \cdot 10^3, м$	1	150	130	130	145	135	140	135	145	130	130	150	145	130	150	130
	2	145	135	150	135	155	150	145	145	150	155	130	140	145	135	145
	3	140	140	135	145	130	135	135	140	130	135	155	145	140	140	140
	4	135	145	145	135	150	155	145	150	150	130	150	150	145	145	135
$d_2 \cdot 10^3, м$	1	295	265	295	270	290	275	285	280	280	265	285	305	315	295	275
	2	300	285	275	290	280	295	285	300	290	290	310	310	290	305	300
	3	305	305	295	310	300	315	305	320	310	315	305	285	285	280	300
	4	310	315	310	310	305	305	300	300	295	300	280	290	310	295	270
$\alpha, град$	1	-	-	-	180	-	-	-	30	180	-	-	-	0	270	-
	2	-	-	-	90	-	-	-	45	30	-	-	-	30	180	-
	3	-	-	-	60	-	-	-	60	45	-	-	-	180	90	-
	4	-	-	-	45	-	-	-	90	90	-	-	-	90	60	-