

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОДОЛЬНОГО И ПОПЕРЕЧНОГО РАСТЯЖЕНИЙ КОЛЬЦЕВОГО ПРОВОДА ОБМОТОК ТРАНСФОРМАТОРА СОБСТВЕННЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ, ВЫЗВАННЫМ ПРОТЕКАЮЩИМ ПО НЕМУ ТОКОМ

Елгина Г.А., Васильева О.В., Лавринович А.В.

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
6324050, Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30
E-mail: elgina@tpu.ru

Оценка фактического состояния силового трансформатора по результатам диагностических измерений является на сегодняшний день сложной и актуальной задачей. Одной из важных задач диагностики силового трансформатора является оценка механического состояния обмоток трансформатора (СТ). При токах короткого замыкания теряется электродинамическая стойкость – происходят механические повреждения. Это осевые и радиальные остаточные деформации, скручивание и раскручивание обмоток СТ. Поэтому целью данной работы является оценка поперечных и продольных деформаций проводов обмотки трансформатора, вызванных током короткого замыкания. Приведем необходимые соотношения для расчета продольной деформации провода. Относительное смещение du_i определяется тензором деформации ε_{ij}

$$du_i = \varepsilon_{ij} dx_j, \quad (1)$$

По немым индексам суммирование. Будем считать, что отсутствуют деформации вращения. Тензор деформации можно привести к главным осям. Это означает, что оси координат выбраны таким образом, что тензор имеет только диагональные элементы:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

Диагональные элементы называются главными деформациями и описывают растяжение или сжатие элемента объема в направлении главных осей. След тензора ε_{ii} – сумма диагональных элементов – есть относительное удлинение объема, которое можно получить с учетом выражения (1)

$$\frac{\Delta V}{V} = \varepsilon_{ii} = \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = \text{div}(\mathbf{u}), \quad (3)$$

Между компонентами тензора существует связь:

$$\varepsilon_{33} = \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\sigma_{33}}{E}, \quad (4)$$

здесь σ_{33} – элемент тензора напряжений вдоль оси Z , E – модуль Юнга (модуль растяжения),

$$\varepsilon_{11} = \frac{\partial u}{\partial x} = -\sigma \varepsilon_{33} = \sigma \frac{\partial u}{\partial z}, \quad (5)$$

σ – коэффициент Пуассона (отношения поперечного сжатия к продольному расширению).

Теперь определим растяжение кольцевого медного провода с магнитной проницаемостью $\mu=1$ под действием магнитного поля протекающего по нему тока. Пусть $\sigma_{\parallel}$ – механическое напряжение, действующее вдоль оси провода, а $\sigma_{\perp}$ – механическое напряжение, действующее поперек оси провода. Определим эти напряжения.

Сила $F_{\parallel}$, действующая вдоль оси проводника, есть поперечное напряжение $\sigma_{\parallel}$ умноженное на площадь поперечного сечения проводника, т.е. $\sigma_{\parallel} 2r^2$. Учитывая изменение энергии магнитного поля проводника вдоль его оси, можно записать:

$$F_{\parallel} = \sigma_{\parallel} \pi r^2 = \frac{\partial W}{\partial l} = \frac{I^2}{2} \frac{\partial L}{\partial l} = \frac{I^2}{4\pi} \frac{\partial L}{\partial R}, \quad (6)$$

где $l = 2\pi R$ – длина проводника, L – индуктивность кольца, зависящая от геометрических размеров проводника, I – ток, протекающий по проводнику.

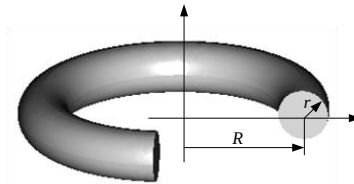


Рис. 1. Кольцевой медный провод.

Сила $F_{\perp}$, действующая поперек оси проводника, есть продольное напряжение $\sigma_{\perp}$ умноженное на площадь поверхности проводника, т.е. $\sigma_{\perp} 2\pi r R$. Учитывая изменение энергии магнитного поля вдоль радиуса r , можно записать:

$$F_{\perp} = \sigma_{\perp} 2\pi r R = \frac{\partial W}{\partial r} = \frac{I^2}{2} \frac{\partial L}{\partial r}, \quad (7)$$

Уравнения (6) и (7) позволяют определить связь между продольным и поперечным напряжениями с продольной и поперечной силами:

$$\sigma_{\parallel} = \frac{F_{\parallel}}{\pi r^2} = \frac{I^2}{4\pi^2 r^2} \frac{\partial L}{\partial R}, \quad \sigma_{\perp} = \frac{F_{\perp}}{2\pi r R} = \frac{I^2}{4\pi r R} \frac{\partial L}{\partial r}. \quad (8)$$

Запишем выражение для индуктивности проводника в виде кольца круглого сечения [2]:

$$L(r, R) = R \left(\ln \left(\frac{8R}{r} \right) - \frac{7}{4} \right), \quad (9)$$

используя соотношения (8) и (9) получим:

$$\sigma_{\perp} = \frac{I^2}{4\pi^2 r^2} \left(\ln \left(\frac{8R}{r} \right) - \frac{3}{4} \right), \quad \sigma_{\parallel} = -\frac{2I^2}{\pi r^2},$$

И наконец, используя выражение для относительного смещения и уравнения связи (4), (5) получим относительное удлинение проводника:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E}(\sigma_{\parallel} - 2\sigma_{\perp}) = \frac{I^2}{E\pi r^2} \left(\frac{1}{4\pi} \left(\ln \left(\frac{8R}{r} \right) - \frac{3}{4} \right) + 4\sigma \right)$$

Теперь приведем расчет поперечной деформации провода обмоток трансформатора при токе короткого замыкания с использованием математического пакета COMSOL Multiphysics.

Для расчета будем использовать выражение для тензора Максвелловского натяжения предварительно рассчитав векторный магнитный потенциал, а затем распределения электрической магнитной напряженности поля, вызванного током проводников:

$$\nabla \times (\mu \nabla \times \mathbf{A}) = \mathbf{J}, \quad \mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{A}.$$

Далее для определения тензора Максвелла используем соотношение:

$$\sigma_{jk} = \frac{\varepsilon}{4\pi} \left(H_i H_k - \frac{H^2 \delta_{jk}}{2} \right).$$

Интегрирование которого по поверхности проводов дает распределения поверхностных натяжений (рис.4).

В качестве примера были составлены модели внешней и внутренней обмоток СТ.

Внешняя обмотка намотана медным проводом диаметром $d = 2$ мм, количество витков $n = 120$, внутренний диаметр $d_{\text{вн}} = 140$ мм, внешний диаметр $D_{\text{внеш}} = 160$ мм, длина медного кабеля $l = 370$ мм, основа – полихлорвиниловый цилиндр (рис.2).

Внутренняя обмотка намотана медной шиной с размерами $a = 4$ мм, $b = 7$ мм, $n = 20$, $d_{\text{вн}} = 86$ мм, $D_{\text{внеш}} = 102$ мм, $l = 370$ мм, основа – винипластовый цилиндр (рис.3).

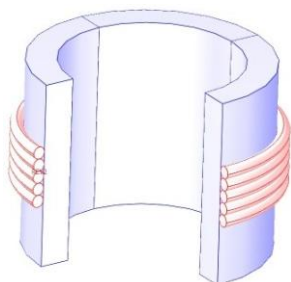


Рис. 2. Модель обмотки трансформатора внешняя.

Расчет поперечной деформации провода обмоток трансформатора при токе короткого замыкания представлен в виде эпюр распределений поверхностных сил (рис. 4) для внешней и внутренней обмоток трансформатора соответственно. Там же указан результирующий вектор воздействующих на провод сил.

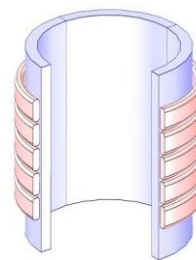
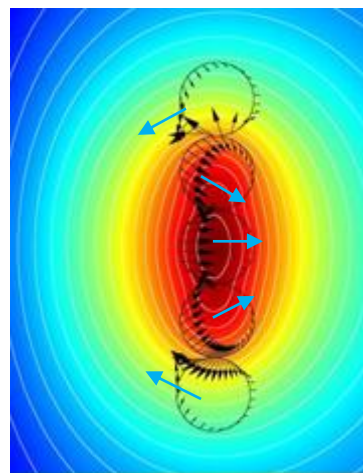
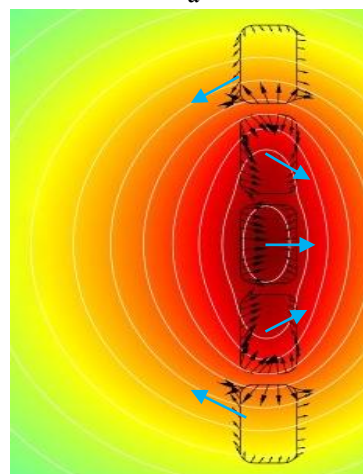


Рис. 3. Модель обмотки трансформатора внутренняя.



а



б

Рис. 4. Эпюры распределения поверхностных сил: а) во внешней обмотке, б) во внутренней обмотке

Список литературы

1. Тамм И.Е. Основы теории электричества: учебное пособие / 9-е изд., испр. – М.: Наука, 1976. – 616 с.
2. Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А. Расчет индуктивностей: Справочная книга. – 3-е изд., перераб. и доп. – Л.: Энергоатомиздат, 1986. – 487 с.
3. Ильдарианов Р.Г. Моделирование обмотки трансформатора ТРДН-25000/110 // Энергетика Татарстана. – 2010. – № 3. – С. 52–58.