

М.Д. Носков, Н.Ю. Истомина



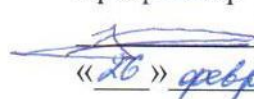
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ (ВЯЗКОСТИ) ЖИДКОСТИ ПО МЕТОДУ СТОКСА

Северск, 2025

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Северский технологический институт –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(СТИ НИЯУ МИФИ)

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой физики
профессор

 М.Д. Носков
«26» февраля 2025 г.

М.Д. Носков, Н.Ю. Истомина

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ
(ВЯЗКОСТИ) ЖИДКОСТИ ПО МЕТОДУ СТОКСА**

Методические указания

по курсу «Физика»
для студентов, обучающихся по направлению
подготовки 13.03.02, 14.03.02, 14.05.04, 15.03.04, 18.05.02, 09.03.03.

Северск 2025

УДК 536 (076)
ББК 22.317я73
Н 844

Авторы:

Носков М. Д. – доктор физико-математических наук, профессор СТИ НИЯУ МИФИ.

Истомина Н. Ю. – кандидат технических наук, доцент кафедры Физика СТИ НИЯУ МИФИ.

Рецензент:

Истомин А.Д. – кандидат физико-математических наук, доцент СТИ НИЯУ МИФИ.

Носков М.Д.

Н 844 Определение коэффициента внутреннего трения (вязкости) жидкости по методу Стокса: методические указания / М.Д. Носков, Н.Ю. Истомина; Северский технологический институт НИЯУ МИФИ – Северск: Издательство СТИ НИЯУ МИФИ, 2025. – 13 с. – Текст: электронный.

В методических указаниях к лабораторной работе рассматриваются понятия ламинарного и турбулентного течений жидкости, динамической вязкости жидкости, градиента скорости. Рассмотрен основной закон вязкого течения. Описан метод Стокса для определения динамической вязкости жидкости.

Методические указания написаны в соответствии с программой и планом физического лабораторного практикума и могут быть использованы в курсе «Физика» преподавателями кафедры физики и студентами следующих направлений подготовки: 13.03.02, 14.03.02, 14.05.04, 15.03.04, 18.05.02, 09.03.03.

Руководство рассмотрено и одобрено на заседании методического семинара кафедры физики (протокол № 1 от «14» февраля 2025 г.).

Издается в соответствии с планом выпуска учебно-методической литературы на 2025г., утвержденным Ученым Советом СТИ НИЯУ МИФИ.

Рег. № 3/25 от 25.02.2025 г.

Редактор М. В. Ворожейкина

© Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ, Северский технологический институт- филиал ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ» (СТИ НИЯУ МИФИ), 2025

1 Цель работы

Целью работы является изучение вязкости жидкостей и определение коэффициента динамической вязкости жидкости (глицерин, касторовое масло) методом Стокса.

2 Теоретическое введение

Существует два вида течения жидкости (или газа): ламинарное и турбулентное [1]. При **ламинарном** течении (от лат. *lamina* – пластинка, слой) в жидкости можно выделить слои, которые скользят параллельно друг другу, не перемешиваясь. При **турбулентном** течении (от лат. *turbulentus* – бурный, беспорядочный) жидкость интенсивно и беспорядочно перемешивается. В любом случае для поддержания движения жидкости нужно действовать на нее внешней силой, причем, при турбулентном течении эта сила должна быть больше. При ламинарном течении сила сопротивления жидкости движению определяется ее вязкостью.

Вязкость (внутреннее трение) – свойство жидкости (или газа) оказывать сопротивление перемещению одной ее части относительно другой. Основной закон внутреннего трения для ламинарного течения был установлен И. Ньютоном в 1687 г.

Рассмотрим ламинарное течение жидкости. На рисунке 1 показаны параллельные слои жидкости площадью S , находящиеся на малом расстоянии dz . Оба слоя жидкости движутся в направлении оси Oy . Скорость движения нижнего слоя (*I слой*) равна $\vec{v}$. Скорость верхнего слоя (*II слой*) отличается на малую величину $d\vec{v}$ и равна $(\vec{v} + d\vec{v})$. Отношение $\frac{dv}{dz}$ показывает как быстро меняется скорость жидкости при переходе от одного слоя к другому и называется **градиентом скорости**^{1,2}. Более быстрые молекулы жидкости верхнего слоя ускоряют молекулы нижнего и, наоборот, более медленные молекулы нижнего слоя замедляют движение верхнего. В результате возникает **внутреннее трение** между слоями. **Основной закон вязкого течения** гласит, что сила внутреннего трения (вязкости) $\vec{F}$, действующая между двумя слоями, пропорциональна площади их соприкосновения S и градиенту скорости $\frac{dv}{dz}$, [1]:

$$F = \eta \frac{dv}{dz} S, \quad (1)$$

¹ Градиент скалярной функции $\text{grad}(f(x, y, z))$ – вектор, направленный в сторону ее наибыстрейшего возрастания, [2].

² В декартовой системе координат: $\text{grad}(f(x, y, z)) = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \vec{e}_x + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \vec{e}_y + \frac{\partial f}{\partial z} \cdot \vec{e}_z$, где $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ – орты декартовой системы координат, [3].

где η – коэффициент динамической вязкости (коэффициентом внутреннего трения), Па с.

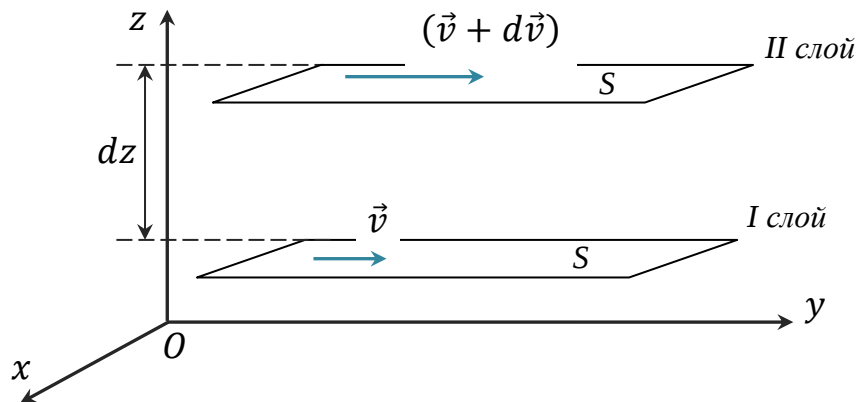


Рисунок 1 – Ламинарное течение слоев жидкости

Согласно формуле (1), **коэффициент динамической вязкости** численно равен силе внутреннего трения, приходящейся на единицу поверхности двух слоев, движущихся друг относительно друга с градиентом скорости, равным единице. **Вязкостью жидкости** – называется величина, определяемая силой, действующей на твердое тело, движущееся в жидкости. При ламинарном обтекании тела, слой жидкости, непосредственно прилегающий к твердой поверхности, в результате прилипания остается неподвижным относительно нее. Скорость других слоев относительно тела возрастает по мере их удаления от поверхности. Воздействие, оказываемое жидкостью на тело произвольной формы, можно найти, суммируя силы (1), действующие на отдельные участки поверхности тела. Результирующая сила существенно зависит от размеров и формы тела. Для шара, совершающего равномерное поступательное движение с малой скоростью в безграничной жидкости, сила сопротивления $\vec{F}_c$ была вычислена в 1851г. английским физиком Дж. Стоксом:

$$\vec{F}_c = - 6\pi\eta r \vec{v}, \quad (2)$$

где r – радиус шара; $\vec{v}$ – скорость шара. Знак «-» в формуле (2) означает, что вектор $\vec{F}_c$ направлен в сторону противоположную движению тела (противоположно вектору $\vec{v}$).

Природу вязкости молекулярно-кинетическая теория объясняет движением и взаимодействием молекул. Причем для жидкостей и газов механизм возникновения внутреннего трения существенно различается. В *газах* расстояния между молекулами существенно больше радиуса действия молекулярных сил. **Вязкость газов** – следствие хаотического (теплого) движения молекул, в результате которого происходит обмен молекулами между движущимися друг относительно друга слоями. В результате моле-

кулы из медленно движущихся слоев попадают в быстрые, тем самым замедляя их, и наоборот. Так как средняя скорость теплового движения молекул растет с увеличением температуры T (пропорционально $\sqrt{T}$), то вязкость газов также увеличивается с нагреванием пропорционально $\sqrt{T}$.

В жидкостях, где расстояния между молекулами много меньше, чем в газах, вязкость обусловлена межмолекулярным взаимодействием. В жидкостях молекулы большую часть времени колеблются около положения равновесия, и только время от времени совершают скачки на расстояние порядка размеров самой молекулы. Течение жидкости связано с совокупностью огромного числа таких скачков. Вероятность скачков повышается с ростом интенсивности колебаний, то есть с увеличением температуры. Поэтому вязкость жидкости уменьшается при её нагревании. Вязкость жидкости сильно зависит от химической структуры и состава молекул. В частности, вязкость водного раствора глицерина заметно уменьшается с увеличением содержания в нем воды. Зависимость вязкости водного раствора глицерина от процентного содержания глицерина в растворе и температуры представлена в таблице 1.

Таблица 1 – Вязкость водного раствора глицерина при различных температурах

Процентное содержание глицерина, %	Вязкость раствора, Па · с		
	20°C	25°C	30°C
100	1,495	0,942	0,622
99	1,194	0,772	0,509
98	0,971	0,627	0,423
97	0,802	0,521	0,353
96	0,659	0,434	0,295
95	0,544	0,365	0,248
80	0,062	0,046	0,035
50	0,006	0,005	0,004
25	0,0021	0,0018	0,0016
10	0,0013	0,0011	0,0010

3 Метод Стокса для определения коэффициента динамической вязкости

Метод, предложенный Стоксом, для определения коэффициента динамической вязкости η основан на измерении скорости равномерно падающего в жидкости тела. Рассмотрим шарик массой m и радиусом r , движущийся в вертикальном столбе жидкости высотой l (рисунок 2). На шарик действуют три силы: сила тяжести $m\vec{g}$, выталкивающая сила Архимеда

$\vec{F}_A$ и сила сопротивления движению шарика относительно жидкости – сила Стокса $\vec{F}_C$. Модули этих сил равны:

1) сила тяжести

$$mg = \rho Vg, \quad (3)$$

где ρ – плотность материала шарика; g – ускорение свободного падения. Объём V шарика в формуле (3) равен

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3; \quad (4)$$

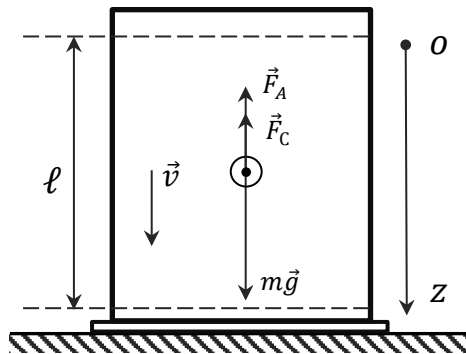


Рисунок 2 – Силы, действующие на тело в вязкой жидкости

2) выталкивающая сила Архимеда, равная весу вытесненной телом жидкости,

$$F_A = \rho_0 gV, \quad (5)$$

где ρ_0 – плотность жидкости;

3) сила Стокса

$$F_C = 6\pi\eta r v. \quad (6)$$

Равнодействующая сил $\vec{F}_R$, действующих на шарик, равна

$$\vec{F}_R = m\vec{g} + \vec{F}_C + \vec{F}_A. \quad (7)$$

Согласно второму закону Ньютона:

$$\vec{F}_R = m \frac{d\vec{v}}{dt}, \quad (8)$$

где $\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}$ – ускорение шарика.

С учетом формулы (7), запишем выражение (8) в проекциях на ось Oz:

$$mg - F_C - F_A = m \frac{dv}{dt}. \quad (9)$$

Подставив выражения (5) и (6) в формулу (9), получим дифференциальное уравнение вида:

$$\rho V g - 6\pi\eta r v - \rho_0 V g = \rho V \frac{dv}{dt}. \quad (10)$$

Упростим уравнение (10), выполнив несложные преобразования:

$$\rho V \frac{dv}{dt} = V g (\rho - \rho_0) - 6\pi\eta r v$$

или

$$\rho V dv = 6\pi\eta r \left(\frac{V g (\rho - \rho_0)}{6\pi\eta r} - v \right) dt.$$

Разделим левую и правую части последнего выражения на разность $\left(\frac{V g (\rho - \rho_0)}{6\pi\eta r} - v \right)$:

$$\frac{\rho V dv}{\left(\frac{V g (\rho - \rho_0)}{6\pi\eta r} - v \right)} = 6\pi\eta r dt.$$

Далее все выражение делим на $-\rho V$:

$$\frac{dv}{\left(v - \frac{V g (\rho - \rho_0)}{6\pi\eta r} \right)} = - \frac{6\pi\eta r}{\rho V} dt. \quad (11)$$

Выполненные преобразования позволили получить дифференциальное уравнение, в котором в левой части присутствует только переменная v , а в правой переменная t . Проинтегрируем обе части уравнения (11)

$$\ln \left(v - \frac{V g (\rho - \rho_0)}{6\pi\eta r} \right) = - \frac{6\pi\eta r}{\rho V} t + const.$$

Потенцируем последнее выражение:

$$v - \frac{V g (\rho - \rho_0)}{6\pi\eta r} = const \cdot e^{-\frac{6\pi\eta r}{\rho V} t}.$$

Таким образом, получаем функцию $v(t)$ зависимости скорости шарика от времени (решение уравнения (10)):

$$v(t) = \frac{Vg(\rho-\rho_0)}{6\pi\eta r} + \text{const} \cdot e^{-\frac{6\pi\eta r}{\rho V}t}. \quad (12)$$

В решении (12) величина *const* зависит от начальной скорости шарика (v при $t = 0$). Кроме этого, функция экспоненты $e^{-\frac{6\pi\eta r}{\rho V}t}$ быстро убывает при увеличении времени t . Поэтому, независимо от начальной скорости, через промежуток времени $t \geq \frac{\rho V}{6\pi\eta r}$ движение шарика можно считать практически равномерным. В этом случае скорость шарика v называется **установившейся скоростью**. Из формулы (12) следует, что скорость установившегося движения шарика равна

$$v = \frac{Vg(\rho-\rho_0)}{6\pi\eta r}. \quad (13)$$

Из формулы (14) получаем выражение для расчета динамической вязкость жидкости:

$$\eta = \frac{Vg(\rho-\rho_0)}{6\pi r v}. \quad (14)$$

Скорость равномерного движения шарика можно измерить, зная расстояние ℓ , пройденное шариком в жидкости, за время t :

$$v = \frac{\ell}{t}. \quad (15)$$

С учетом формул (4) и (15), формулу (14) для расчета динамической вязкости жидкости можно представить в виде:

$$\eta = \frac{4}{3}\pi r^3 \frac{g(\rho-\rho_0)}{6\pi r} \cdot \frac{t}{\ell} = 4r^2 \frac{g(\rho-\rho_0)}{18} \cdot \frac{t}{\ell}$$

или

$$\eta = C \frac{td^2}{\ell}, \quad (16)$$

где $d = 2r$ – диаметр шарика; $C = \frac{g(\rho-\rho_0)}{18}$.

Таким образом, метод Стокса позволяет, проводя измерения скорости равномерного движения v шарика, его параметров (ρ и d), а также плотности жидкости ρ_0 , определить по формуле (16) динамическую вязкость жидкости.

4 Безопасность труда

Надо помнить, что глицерин в смеси с марганцовокислым калием образует взрывоопасную смесь. Касторовое масло и глицерин относятся к горючим жидкостям, опасно приближение огня.

В работе используются стеклянные сосуды. При выполнении работы надо быть осторожным со стеклом.

5 Приборы и принадлежности

- 1) Стеклянный цилиндрический сосуд с исследуемой жидкостью;
- 2) набор шариков, отличающихся материалом и размерами;
- 3) ареометр;
- 4) секундомер;
- 5) термометр;
- 6) масштабная линейка;
- 7) микроскоп;
- 8) предметное стекло;
- 9) пинцет.

6 Порядок работы

6.1 Подготовительный этап.

6.1.1 Записать в таблицу 2 цену деления микроскопа λ , указанную на корпусе микроскопа.

6.1.2 Определить расстояние ℓ между метками на стеклянном цилиндрическом сосуде (см. рисунок 2). Значение ℓ занести в таблицу 3.

6.1.3 Открыть крышку стеклянного цилиндрического сосуда с исследуемой жидкостью. Измерить плотность ρ_0 жидкости с помощью ареометра (перед измерением плотности глицерин надо тщательно перемешать, так как он поглощает из воздуха водяные пары, вследствие чего изменяется его плотность в слоях, находящихся на разных высотах). Результат измерения ρ_0 занести в таблицу 3.

6.1.4 С помощью термометра, определить комнатную температуру. Результат занести в таблицу 3.

6.2 Измерение диаметра шарика.

6.2.1 Шарик поместить с помощью пинцета на предметное стекло, находящееся на столике микроскопа.

6.2.2 Измерить при помощи микроскопа диаметр шарика. Шкалу окуляр-микрометра расположить горизонтально. С помощью линий шкалы снять отсчёт n_{i1} и n_{i2} левой и правой границ шарика, соответственно (рисунок 3). Отсчет записать как целое число (например на рисунке 3, показание слева $n_{i1} = 20$ и $n_{i2} = 84$ – показание справа).

Таблица 2 – Результаты измерений диаметров шариков

Цена деления микроскопа: $\lambda = \underline{\hspace{2cm}}$ мм					
Номер шарика, материал	Номер измерения, i	Отсчет по левому краю n_{i1}	Отсчет по правому краю n_{i2}	Диаметр шарика, d_i	Среднее значение диаметра $d_{\text{ср}}$, мм
1. Железо	1				
	2				
	3				
2.	1				
	2				
	3				
3.	1				
	2				
	3				
4.	1				
	2				
	3				
5.	1				
	2				
	3				

Таблица 3 – Результаты экспериментов и вычислений

Плотность жидкости $\rho_0 = \underline{\hspace{2cm}}$ кг/м ³							
Расстояние между метками $\ell = \underline{\hspace{2cm}}$ м							
Комнатная температура $\underline{\hspace{2cm}}$ °С							
Но-мер шарика	Диаметр $d_{\text{ср}}$, м	Плотность шарика ρ , кг/м ³	Время t , с	Скорость v , м/с	Параметр C , $\frac{\text{кг}}{(\text{м}^2 \cdot \text{с}^2)}$	Вязкость η , Па · с	Средняя вязкость $\eta_{\text{ср}}$, Па · с
1							
2							
3							
4							
5							

6.2.3 Найти диаметр d_i шарика по формуле:

$$d_i = \lambda \cdot (n_{i2} - n_{i1}).$$

6.2.4 Повторить измерение диаметра шарика d_i в двух других положениях шкалы окуляр-микрометра (например, при вертикальном положении шкалы и под углом 45°). Положение шкалы можно изменить, повернув окуляр микроскопа. Результаты занести в таблицу 2.

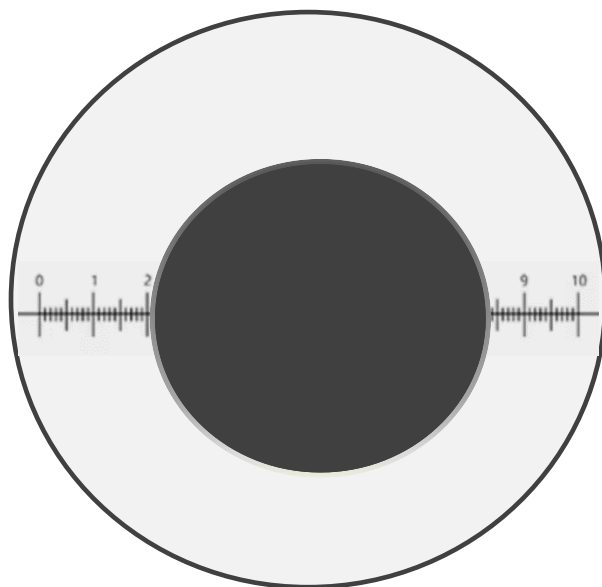


Рисунок 3 – Поле зрения микроскопа

6.2.5 Рассчитать $d_{\text{ср}}$ как среднее арифметическое трех измерений d_i . Результат занести в таблицу 2.

6.2.6 Записать в таблицу 3 номер шарика и его диаметр $d_{\text{ср}}$ в системе СИ, а также плотность ρ материала шарика.

6.3 Определение скорости установившегося движения шарика.

6.3.1 Взять шарик пинцетом, расположить его над центром открытой поверхности жидкости и отпустить. Когда шарик будет проходить первую метку, включить секундомер. Измерить время движения t шарика между метками. При отсчётах глаз наблюдателя должен располагаться на уровне соответствующей метки. Результат измерения t записать в таблицу 3.

6.3.2 Рассчитать скорость v шарика по формуле (15). Результат записать в таблицу 3.

6.4 Повторить пункты 6.2 и 6.3 для остальных шариков.

6.5 Расчет вязкости жидкости.

6.5.1 Для каждого эксперимента рассчитать значение параметра

$$C = \frac{(\rho - \rho_0)}{18} g.$$

Результаты записать в таблицу 3.

6.5.2 Рассчитать вязкость η жидкости для каждого эксперимента по формуле (16). Результаты записать в таблицу 3.

6.5.3 Рассчитать среднее значение вязкости $\eta_{\text{ср}}$ жидкости. Результат записать в таблицу 3.

6.5.4 В случае работы с глицерином, определить процентное содержание воды в глицерине. Для этого по данным таблицы 1 построить график зависимости вязкости от процентного содержания глицерина при температуре, наиболее близкой к комнатной.

7 Оценка погрешности измерения

7.1 Заполнить таблицу 4 для непосредственно измеряемых величин ρ_0, t, d, ℓ . Абсолютные погрешности отсчета непосредственно измеряемых величин $\Delta\rho_0, \Delta t, \Delta d, \Delta\ell$ принять равной цене наименьшего деления прибора, с помощью которого производилось измерение.

7.2 Выражение (16) для расчета вязкости исследуемой жидкости записать как функцию непосредственно измеряемых величин $\eta(\rho_0, t, d, \ell)$.

Таблица 4 – Абсолютные погрешности прямых измерений

Измеряемая величина	Единица измерения	Средство измерения	Цена деления	Абсолютная погрешность отсчета

7.3 С помощью грубого метода оценки погрешности [5], вывести формулу для вычисления относительной погрешности $\varepsilon = \Delta\eta/\eta$.

7.4 По данным таблиц 3 и 4 вычислить относительную погрешность измерения $\varepsilon = \Delta\eta/\eta$ и абсолютную погрешность $\Delta\eta = \eta_{\text{ср}} \cdot \varepsilon$.

7.8 Написать вывод о проделанной работе. В случае работы с глицерином, в выводе записать полученное процентное содержание глицерина. Результат расчета динамической вязкости жидкости привести в форме:

$$\eta = (\eta_{\text{ср}} \pm \Delta\eta) \text{ Па} \cdot \text{с}$$

8 Контрольные вопросы

- 8.1 Дать определение ламинарного и турбулентного течений.
- 8.2 Что называется вязкостью?
- 8.3 Записать основной закон внутреннего трения.
- 8.4 Чему равен коэффициент динамической вязкости?
- 8.5 Объяснить механизм внутреннего трения в газах?
- 8.6 Объяснить механизм внутреннего трения в жидкостях?
- 8.7 Какие силы действуют на тело, движущееся в жидкости?
- 8.8 Объяснить, в чем заключается суть метода Стокса.
- 8.9 Вывести формулу ([14](#)) для определения коэффициента динамической вязкости.

Литература

- 1) Савельев И.В. Курс общей физики. Кн. 1. Механика. – М.: Астрель: АСТ, 2004. – 336 с.
- 2) Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т2. – М.: Наука, 1979. – 552 с.
- 3) Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1977. – 720 с.
- 4) Руководство к лабораторным занятиям по физике/Под ред. Л.Л. Гольдина. – М.: ГРФМЛ, 1973. – 688 с.
- 5) Погрешности измерений: Методические указания. – Томск: ТПУ, 1984.- 23 с.